

利用MATLAB进行信号与系统分析

- ✚ MATLAB简介
- ✚ 信号的MATLAB表示
- ✚ 利用MATLAB进行系统的时域分析
- ✚ 利用MATLAB进行信号的频域分析
- ✚ 利用MATLAB分析系统的频率特性
- ✚ 利用MATLAB进行连续系统的s域分析
- ✚ 利用MATLAB进行离散系统的z域分析
- ✚ 利用MATLAB进行系统的状态变量分析



MATLAB简介

(Matrix Laboratory)

MATLAB的工作方式

如何获取帮助

表达式——变量、数值、算数运算符、
关系运算符、逻辑运算符、冒号运算符

数组及其运算

函数文件

循环（**FOR**、**WHILE** 循环）

基本绘图语句

一、MATLAB的工作方式

(1) 窗口命令方式

(2) 运行以 **.M** 为扩展名磁盘文件

工作方式举例

%用plot函数画一个方波

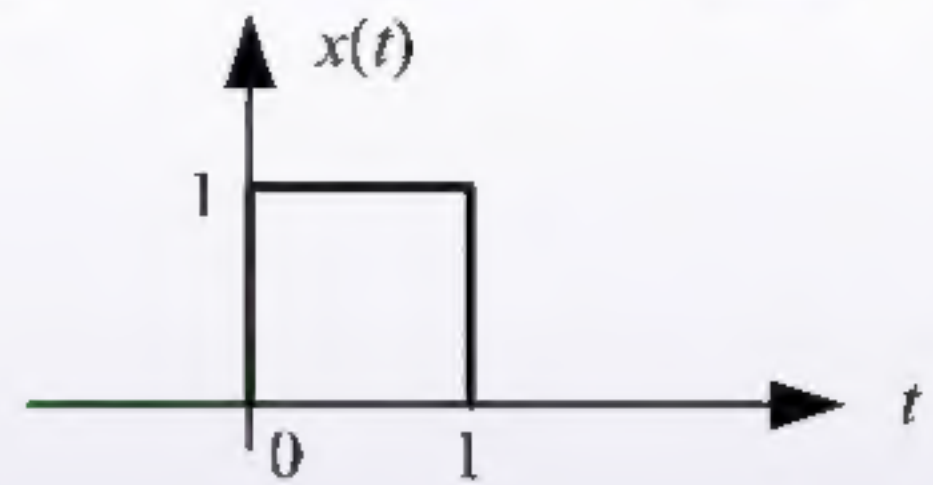
```
t=[-1 0 0 1 1 3];
```

```
x=[0 0 1 1 0 0];
```

```
plot(t,x);
```

```
xlabel('t');ylabel('x(t)');
```

```
axis([-1 3 0 2]);
```



直接在命令窗口输入以上命令

建一个名字为my_file.M的文件，然后在命令窗口输入文件名及回车。

二、获取帮助

命令窗口输入：**help+函数名**

例如 `help plot`

三、表达式

⚙ 变量

- ✓ 不需要变量的类型说明
- ✓ 变量名的第一个字符必须是字母
- ✓ 变量名长度：不超过31个字符
- ✓ 大写和小写的字母视为不同的字符

例如：num_students = 25

- ✓ 特殊变量：

pi 表示圆周率，inf 表示无穷大，NaN(Not a Number)表示不定量，如0/0。

三、表达式

⚙ 数值

- ✓ MATLAB用常规的十进制表示数值
- ✓ 用i或j作为后缀来表示复数的虚部

例 $1.235\text{e}5$ 表示 1.235×10^5 , $x=2+3j$

<code>abs(x)</code>	求复数x的模
<code>angle(x)</code>	求复数x的相角(弧度)
<code>real(x)</code>	求复数x的实部
<code>imag(x)</code>	求复数x的虚部
<code>conj(x)</code>	求复数x的共轭

三、表达式

✿ 运算符号

➤ 算数运算符

◆	+	加
◆	-	减
◆	*	乘
◆	/	除
◆	^	乘方
◆	'	矩阵的复共轭转置

三、表达式

✿ 运算符

➤ 逻辑运算符

- ◆ $A \& B$ 逻辑与(and)
- ◆ $A | B$ 逻辑或(or)
- ◆ $\sim A$ 逻辑非(not)

值为0时表示逻辑假(F)，其它任何非零值表示逻辑真。

三、表达式

✿ 运算符

➤ 关系运算符

◆	$A < B$	小于
◆	$A > B$	大于
◆	$A \leq B$	小于等于
◆	$A \geq B$	大于等于
◆	$A == B$	等于
◆	$A \neq B$	不等于

三、表达式

⚙ 运算符

➤ 冒号运算符

- ◆ 表达式 `1:10` 表示产生一个行向量，它的值为

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

- ◆ 表达式 `10:-2:1` 表示产生一个递减的行向量，它的值为

10 8 6 4 2

四、数组

1. 数组的构造

用冒号:产生数组

例 $x=2:5$ 产生一个数组，它的值为

$x(1)=2, x(2)=3, x(3)=4, x(4)=5$

用`linspace`产生数组

$x=\text{linspace}(0,2,11)$ 将区间 $[0, 2]$ 均匀抽样11点作为数组 x

给2维数组赋值时，用分号表示一行的结束，
如： $z=[1 \ 2; 3 \ 4]$ 。

四、数组

1. 数组的构造

MATLAB 提供了一些产生基本矩阵的函数

<code>zeros</code>	产生矩阵元素全为0的矩阵
<code>ones</code>	产生矩阵元素全为1的矩阵
<code>rand</code>	产生(0,1)均匀分布随机数矩阵
<code>randn</code>	产生正态分布随机数矩阵

四、数组

2. 数组的运算

- ✓ 数组和一个标量相加或相乘

例 $y=x-1$ $z=3*x$

- ✓ 2个数组的对应元素相乘除 $.*$ $./$

例 $z=x.*y$

- ✓ 确定数组大小的函数

$\text{size}(A)$ 返回值数组A的行数和列数（二维）

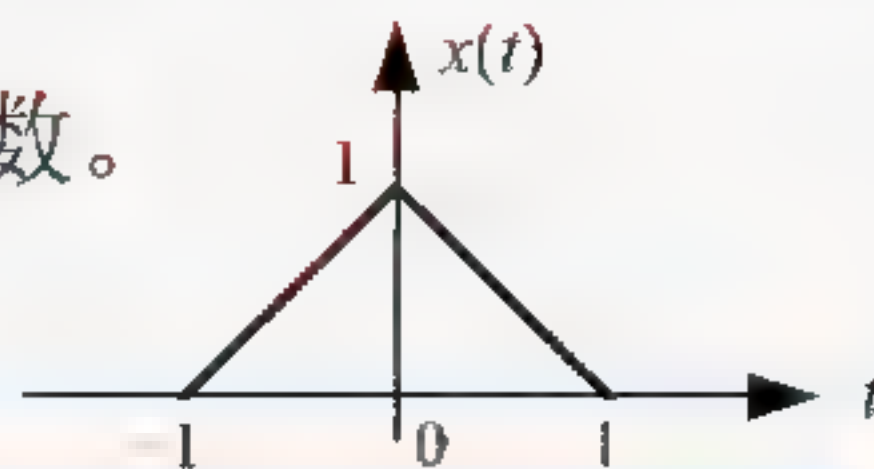
$\text{length}(B)$ 确定数组B的元素个数（一维）

五、函数文件

- ✓ **M**文件的第一行包含**function**
 - ✓ 功能：建立一个函数，可以同**MATLAB**的库函数一样使用。
-

五、函数文件

例：编一个绘制图示波形的函数。



```
function y=tri(t)
y=[ abs(t)<=1].*(1-abs(t));
```

调用函数tri，并画出它的波形

```
t=-2:0.05:2;
plot(t,tri(t));
```

六、For 循环

例：编写计算 $s=1+2+3+\dots+100$ 的MATLAB程序

```
s=0;
```

```
for n=1:100  
    s=s+n;  
end
```

七、While 循环

例：计算 $s = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$ 的值，且误差小于 10^{-6}

```
s=0;
```

```
n=1;
```

```
eps=1e-6;
```

```
while 1/(n*n) > eps
```

```
    s=s+1/(n*n);
```

```
    n=n+1;
```

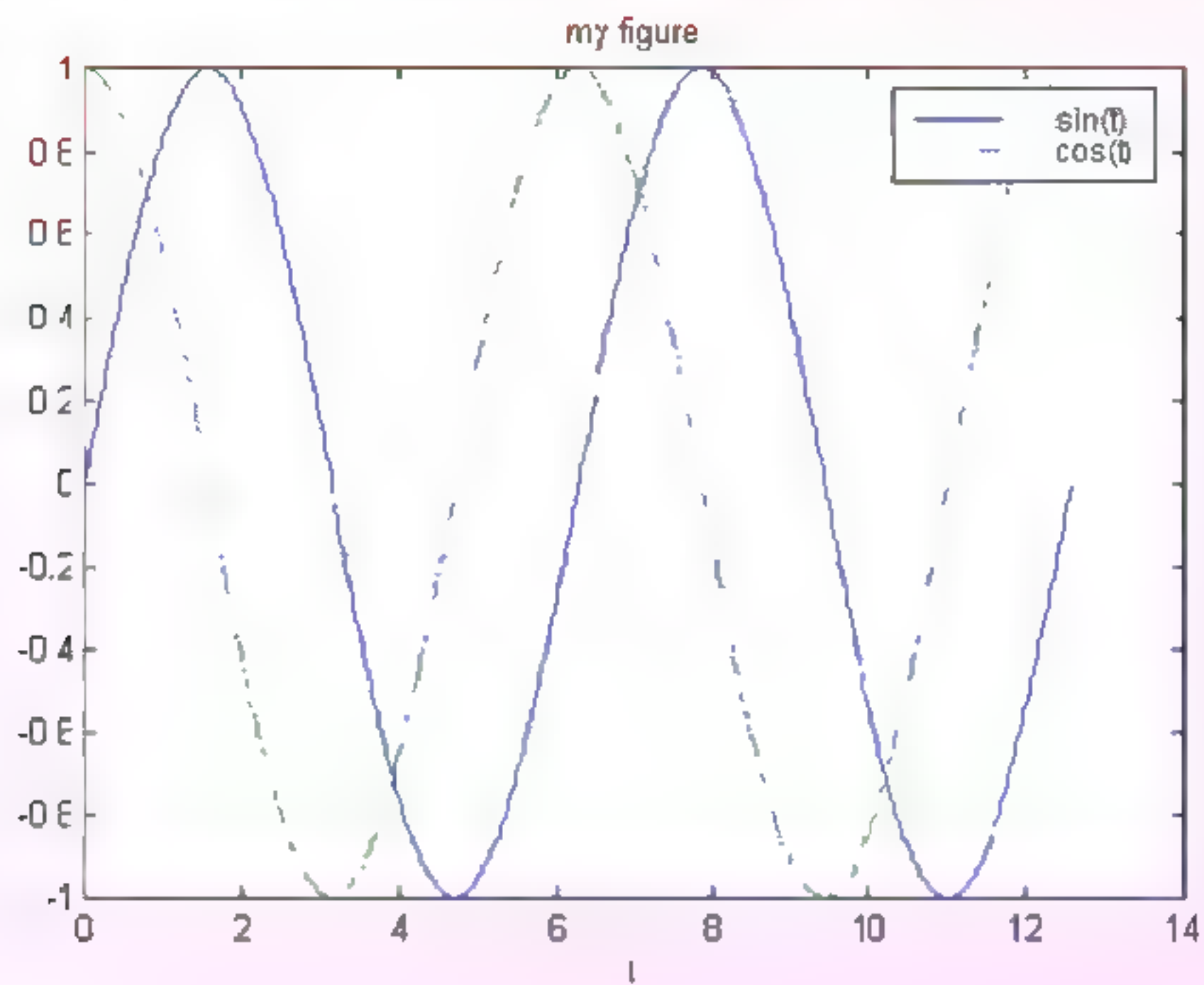
```
end
```

```
fprintf('s=%.5f\n',s)
```

八、plot函数——绘图函数(continuous)

```
t=linspace(0,4*pi,512);  
plot(t,sin(t),t,cos(t),'-.');  
title('my figure');  
xlabel('t');  
legend('sin(t)','cos(t)');
```

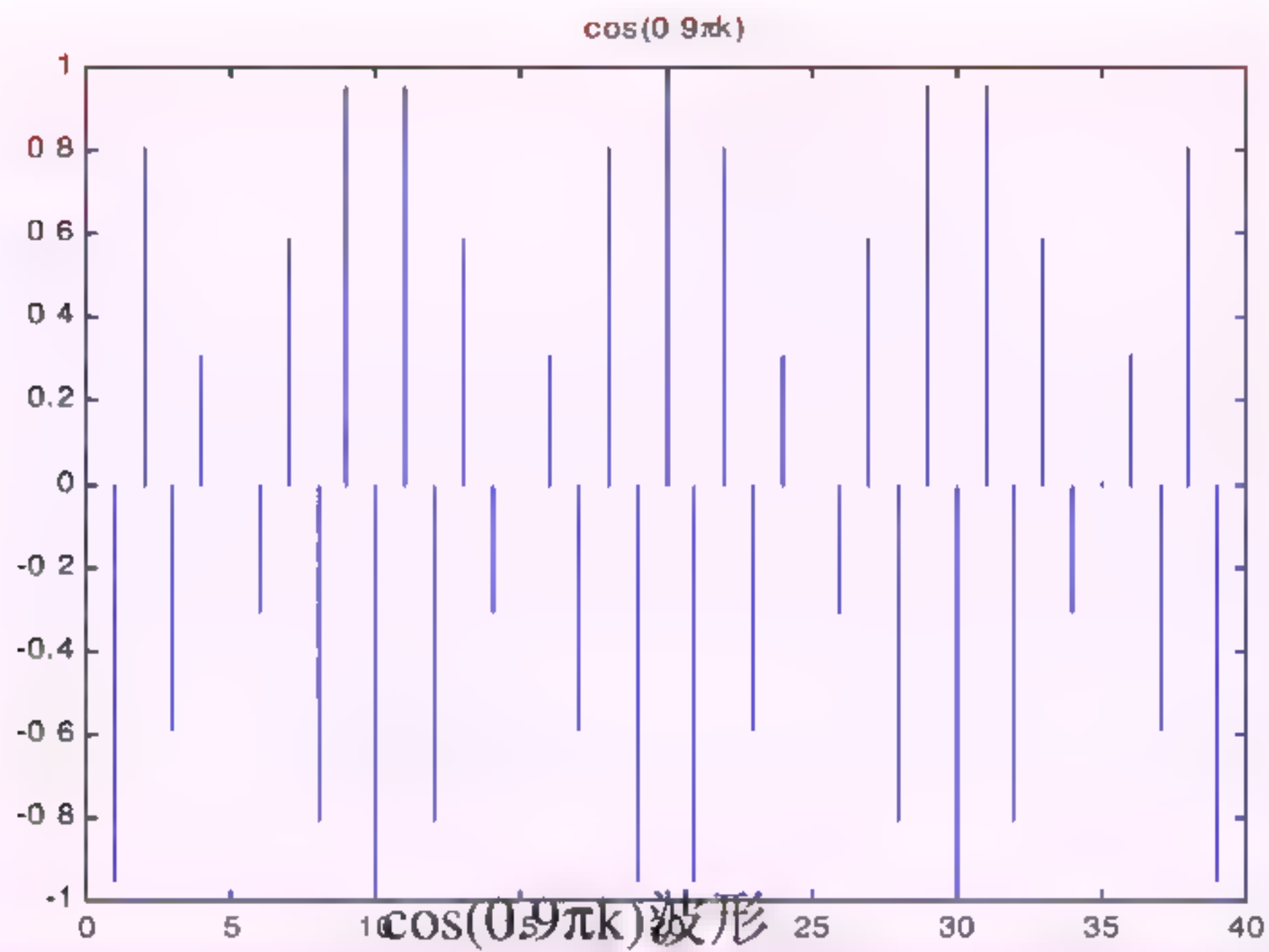
八、plot函数——绘图函数(continuous)



九、stem函数——绘图函数(discrete)

```
k=0:39;  
stem(k,cos(0.9*pi*k));  
title('cos(0.9\pi k)');
```

九、stem函数——绘图函数(discrete)



✦ 信号的MATLAB表示

◆ 基本信号的MATLAB表示

指数信号 Ae^{at} 、指数序列 a^k 、抽样函数 $Sa(t)$ 、
正弦型信号、矩形脉冲信号、三角脉冲信号

◆ 信号基本运算的MATLAB实现

尺度变换、翻转、时移、相加、相乘、
差分与求和、微分与积分

一、基本信号的MATLAB表示

- 指数信号 Ae^{at} $y = A*\exp(a*t);$
 - 指数序列 a^k 幂运算 $a.^k$ 实现
 - 正弦型信号 内部函数 $\cos()$ 和 $\sin()$
 - 抽样函数 $Sa(t)$ $\text{sinc}(t)$
 - 矩形脉冲信号 $y = \text{rectpuls}(t, \text{width})$
 - 三角波脉冲信号
 $y = \text{tripuls}(t, \text{width}, \text{skew})$
-

一、基本信号的MATLAB表示

`%decaying exponential`

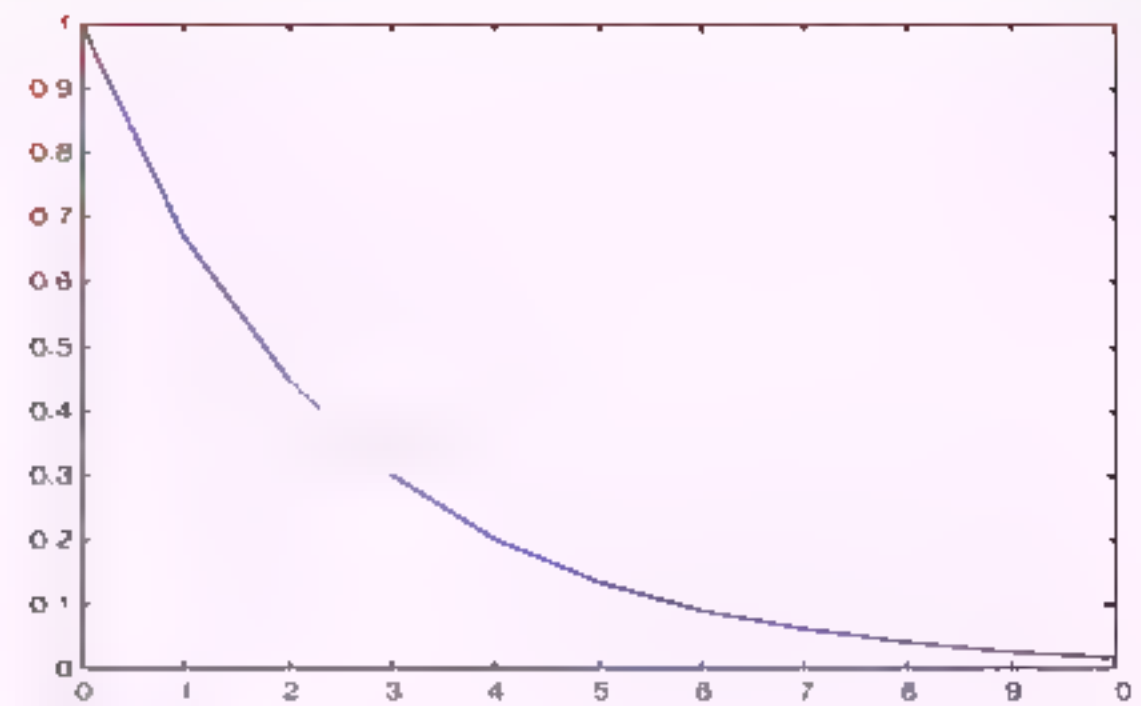
`t=0:0.001:10;`

`A=1;`

`a=-0.4;`

`ft=A*exp(a*t);`

`plot(t,ft)`



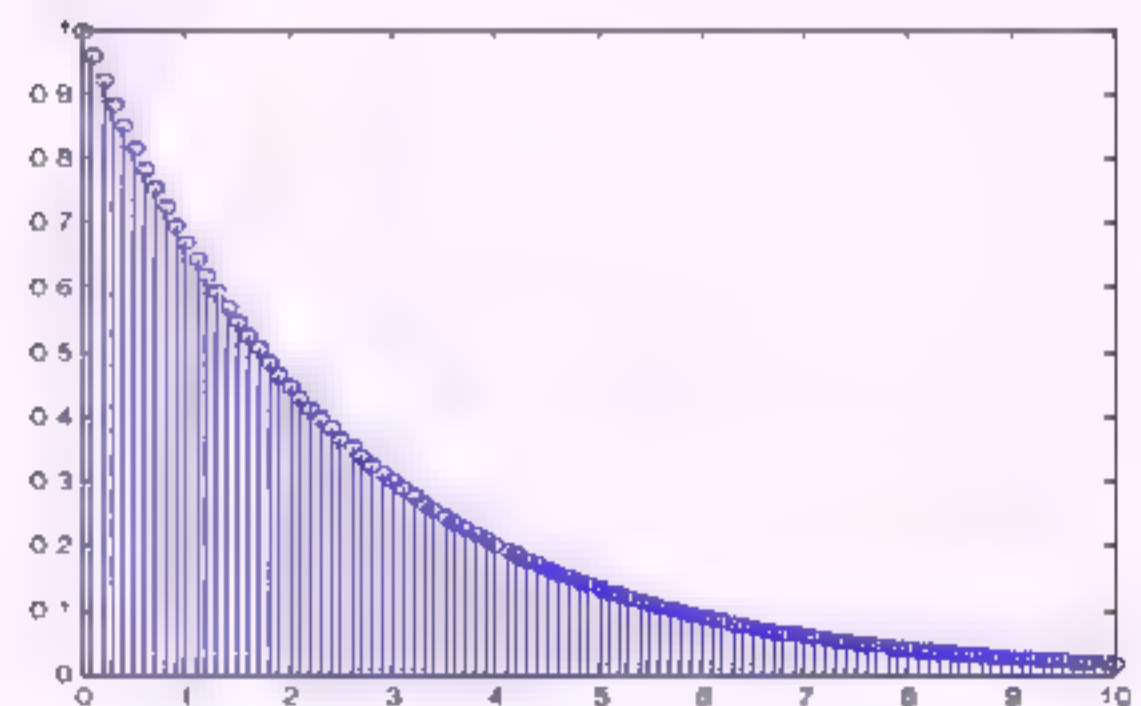
`t=0:0.1:10;`

`A=1;`

`a=-0.4;`

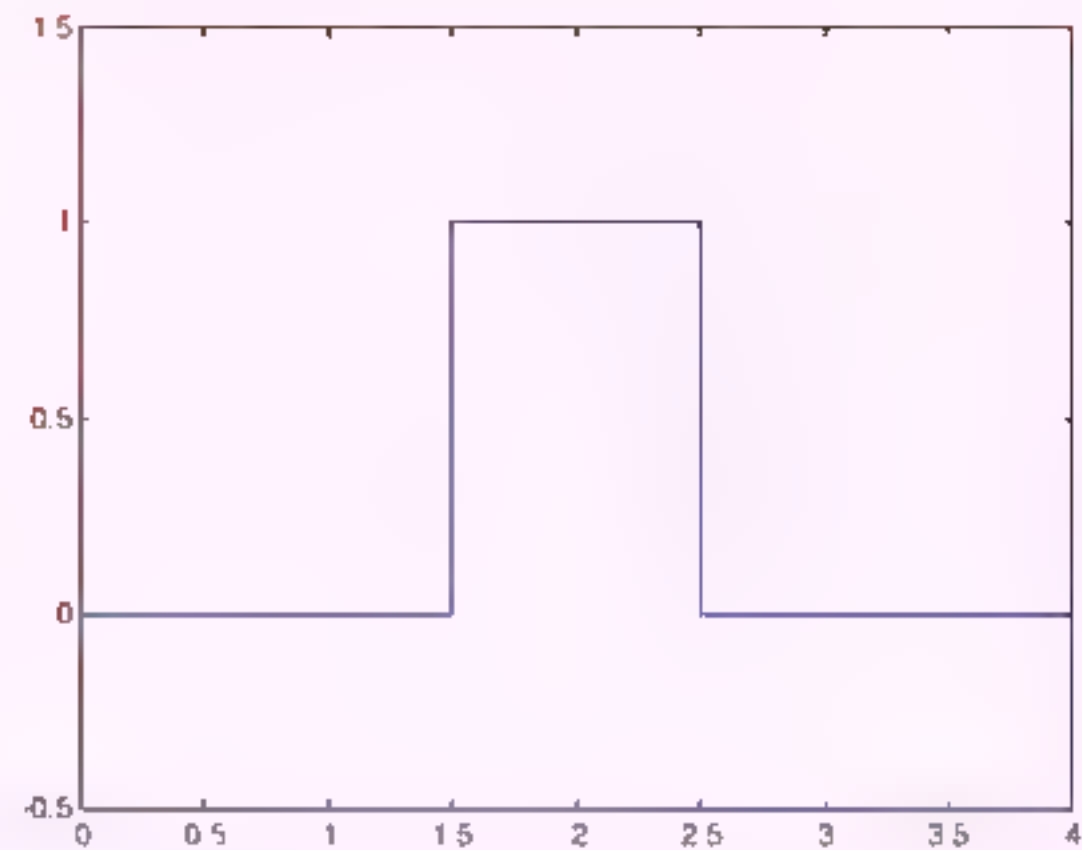
`ft=A*exp(a*t);`

`stem(t,ft)`



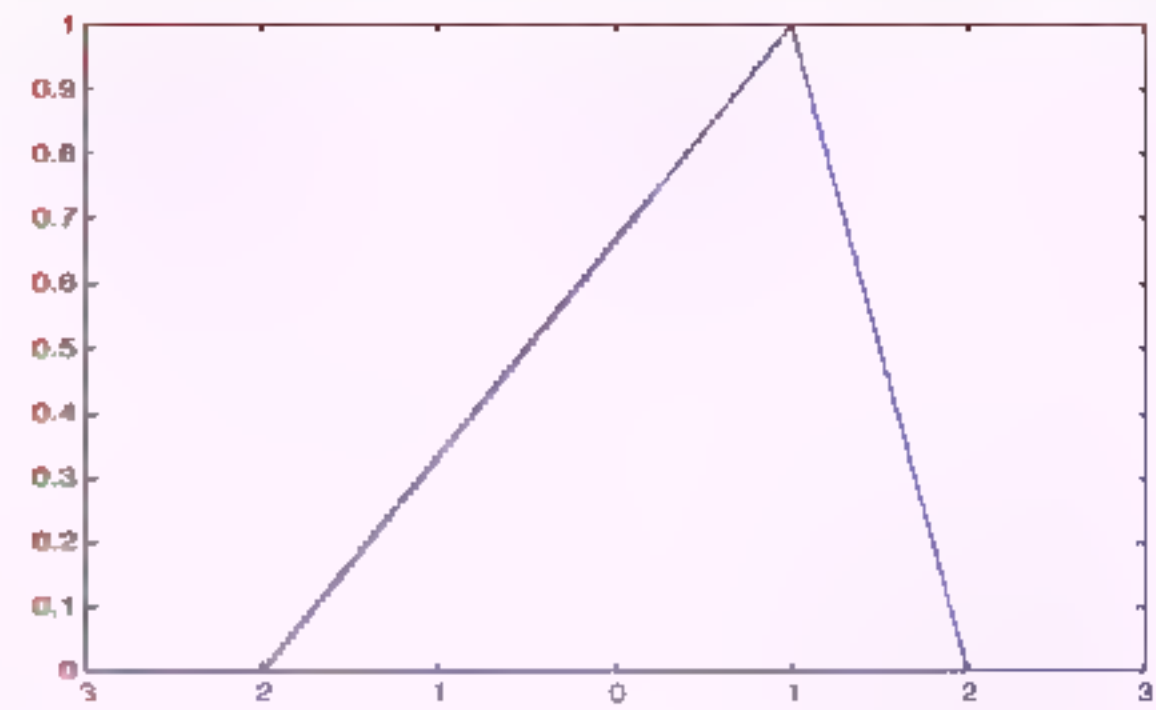
一、基本信号的MATLAB表示

```
% rectpuls  
t=0:0.001:4;  
T=1;  
ft=rectpuls(t-2*T,T);  
plot(t,ft)  
axis([0,4,-0.5,1.5])
```

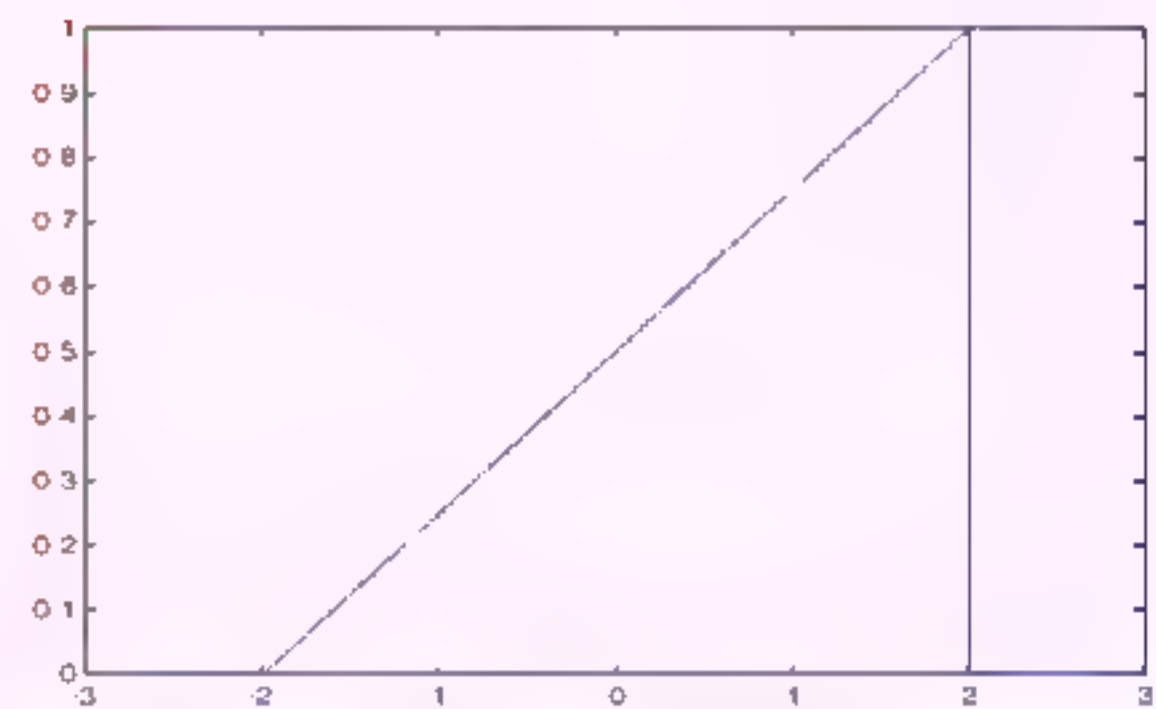


一、基本信号的MATLAB表示

```
% tripuls  
t=-3:0.001:3;  
ft=tripuls(t,4,0.5);  
plot(t,ft)
```

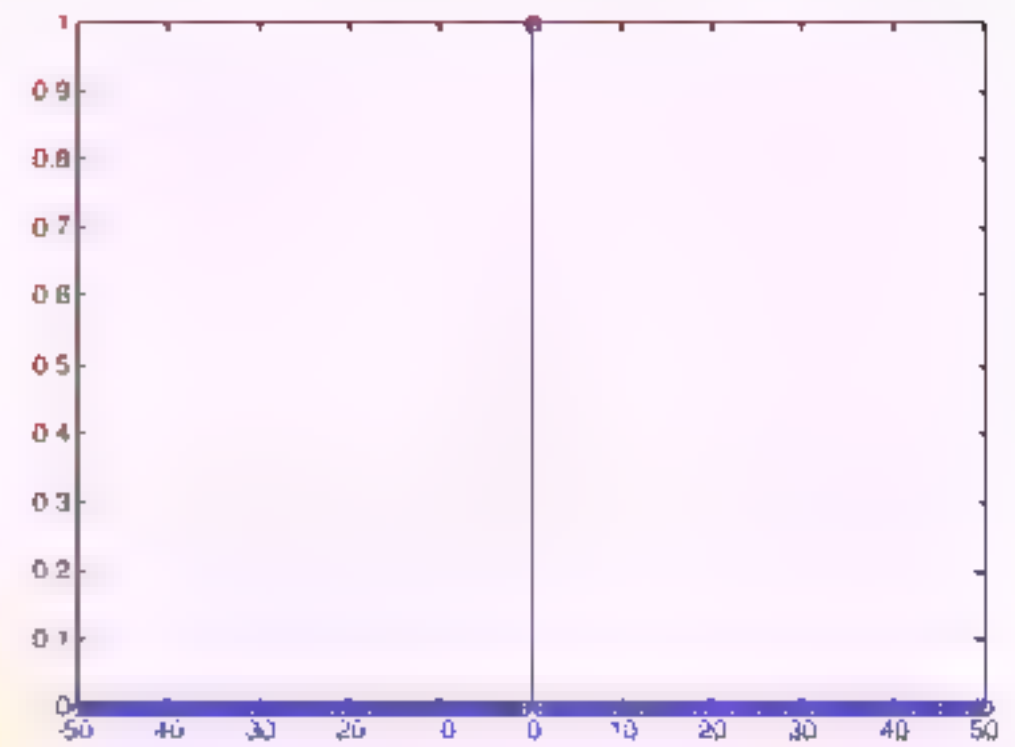


```
ft=tripuls(t,4,1);
```



一、基本信号的MATLAB表示

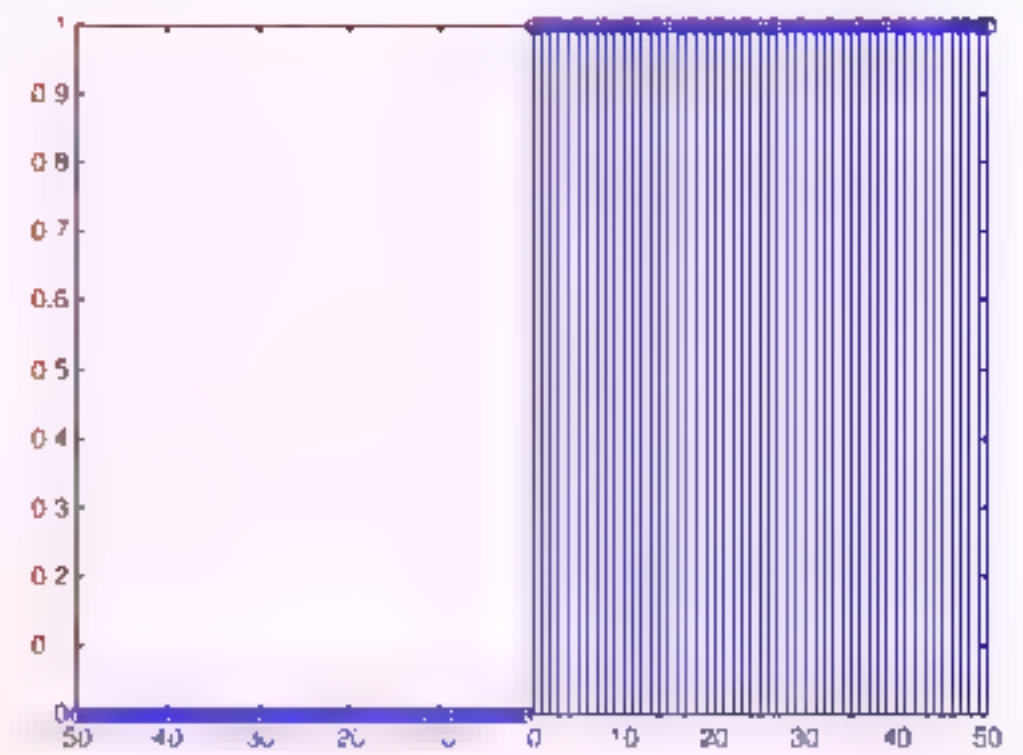
```
% unit impuls sequence  
k=-50:50;  
delta=zeros(1,50),1,zeros(1,50);  
stem(k,delta)
```



```
function [f,k]=impseq(k0,k1,k2)  
%产生 f[k]=delta(k-k0); k1<=k<=k2  
k=[k1:k2];f=[(k-k0)==0];  
k0=0;k1=-50;k2=50;  
[f,k]=impseq(k0,k1,k2);  
stem(k,f)
```


一、基本信号的MATLAB表示

```
% unit step sequence  
k=-50:50;  
uk=[zeros(1,50), ones(1,51)];  
stem(k,uk)
```



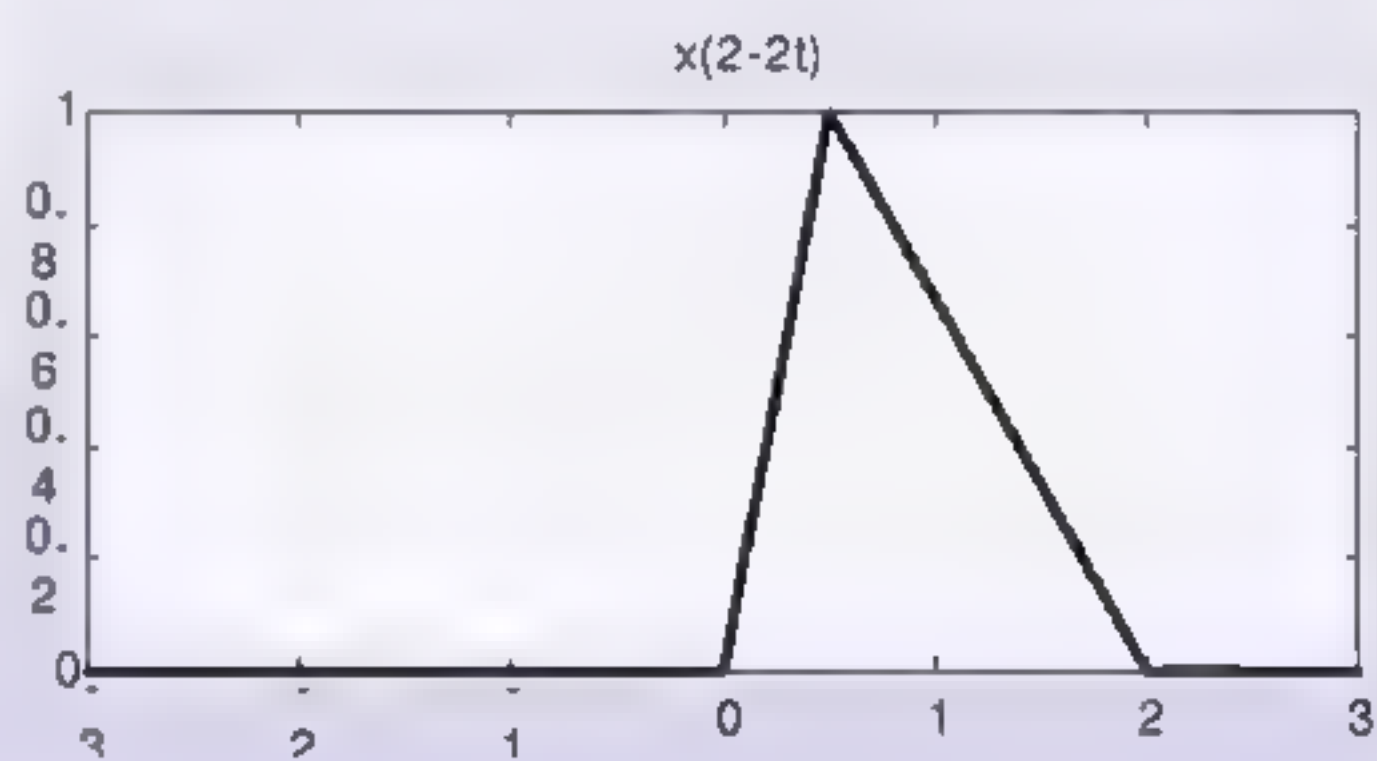
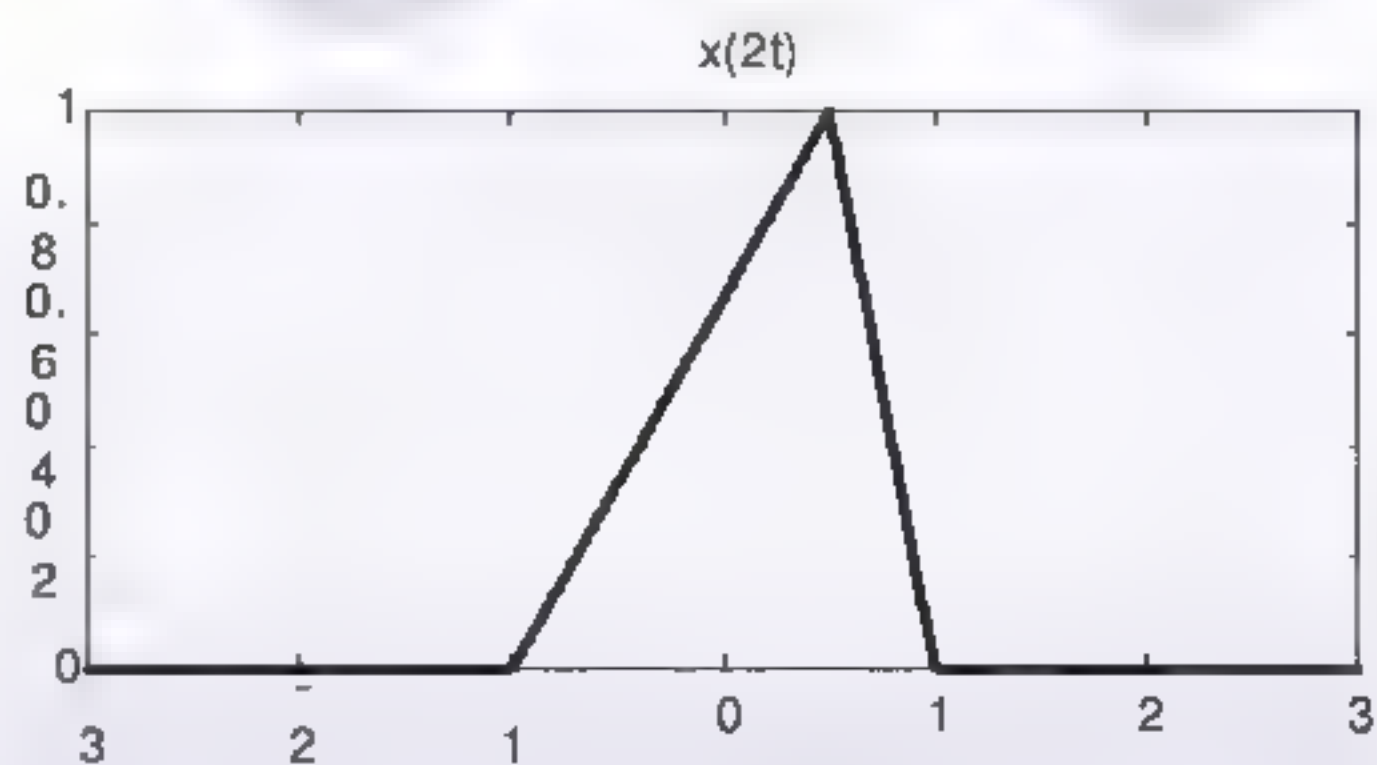
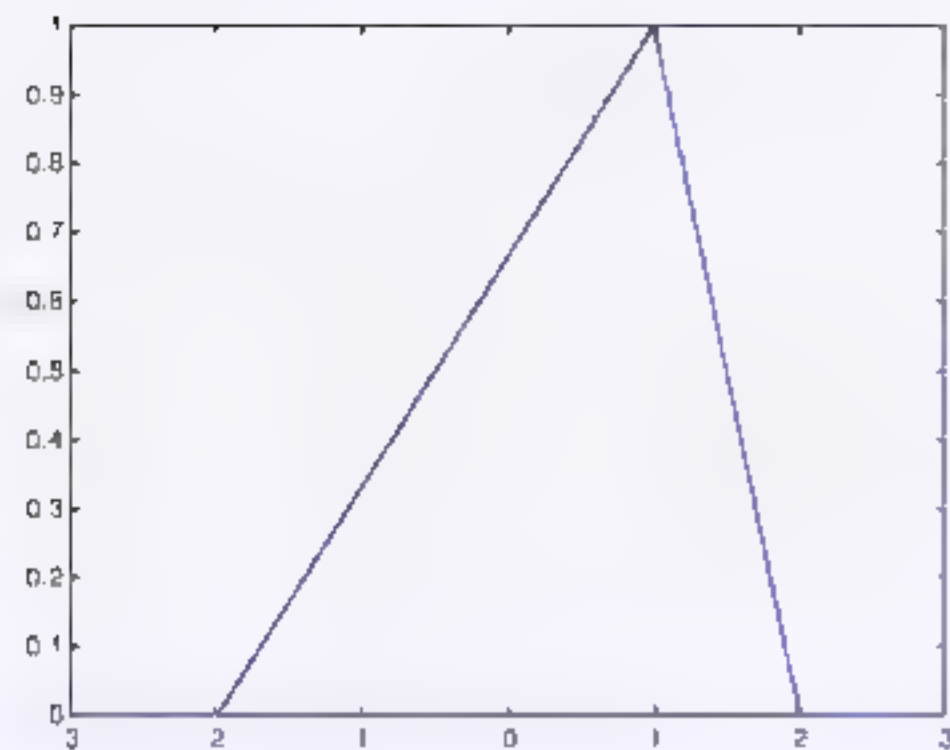
```
function [f,k]=stepseq(k0,k1,k2)  
%产生 f[k]=u(k-k0);k1<=k<=k2  
k=[k1:k2];f=[(k-k0)>=0];  
k0=0;k1=-50;k2=50;  
[f,k]=stepseq(k0,k1,k2);  
stem(k,f)
```

二、信号基本运算的MATLAB实现

1. 信号的尺度变换、翻转、时移（平移）

```
t=-3:0.001:3;  
ft1=tripuls(2*t,4,0.5);  
subplot(2,1,1)  
plot(t,ft1)  
title('x(2t)')  
ft2=tripuls((2-2*t),4,0.5);  
subplot(2,1,2)  
plot(t,ft2)  
title('x(2-2t)')
```

已知三角波 $x(t)$ ，用MATLAB画出的 $x(2t)$ 和 $x(2-2t)$ 波形



二、信号基本运算的MATLAB实现

2. 信号的相加与相乘

- ✓ 相加用算术运算符 “+”实现
- ✓ 相乘用数组运算符 “.*”实现

例:画信号 $Ae^{at}\cos(\omega_0 t + \phi)$ 的波形

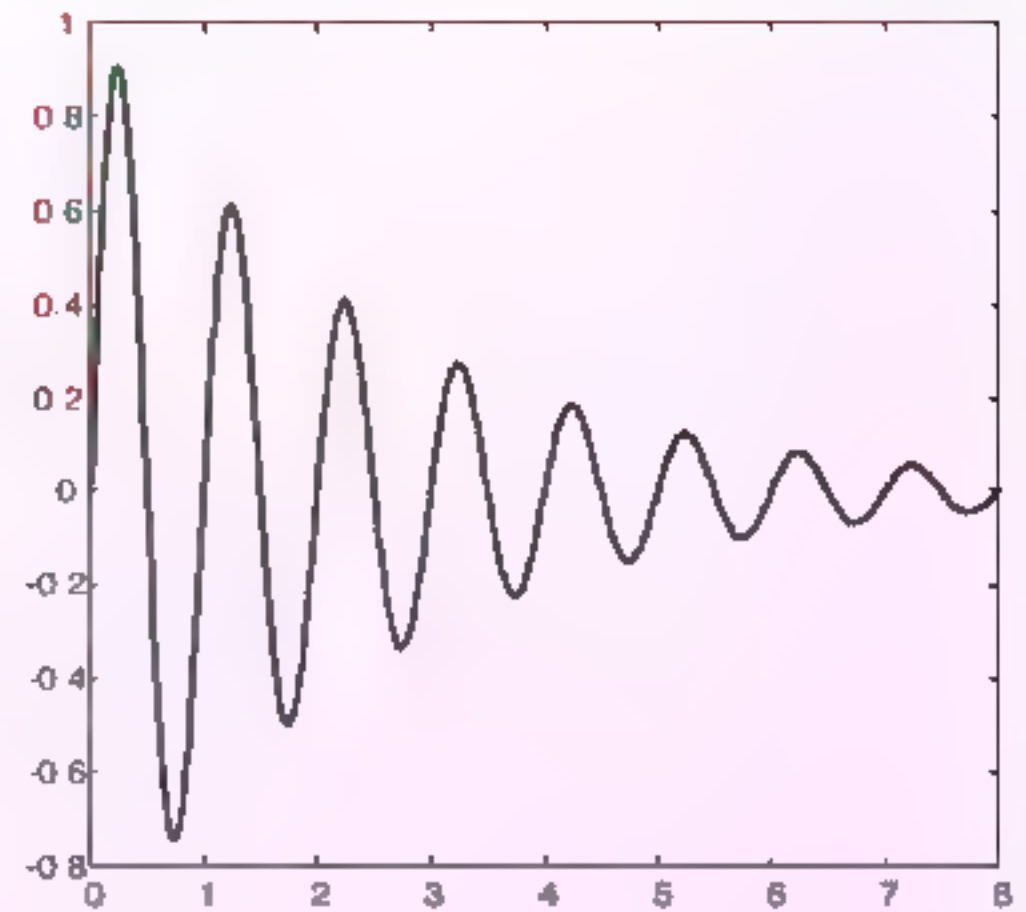
`t=0:0.001:8;`

`A=1; a=-0.4;`

`w0=2*pi; phi=0;`

`ft1=A*exp(a*t).*sin(w0*t+phi);`

`plot(t,ft1)`



二、信号基本运算的MATLAB实现

3. 离散序列的差分与求和 连续信号的微分与积分

- 差分 $y=\text{diff}(f);$
- 求和 $y=\text{sum}(f(k1:k2));$

- 微分 $y=\text{diff}(f)/h;$ h 为数值计算所取时间间隔
- 定积分 $\text{quad}(\text{'function_name'},a,b);$

function_name 为被积函数名， a 和 b 指定积分区间。

二、信号基本运算的MATLAB实现

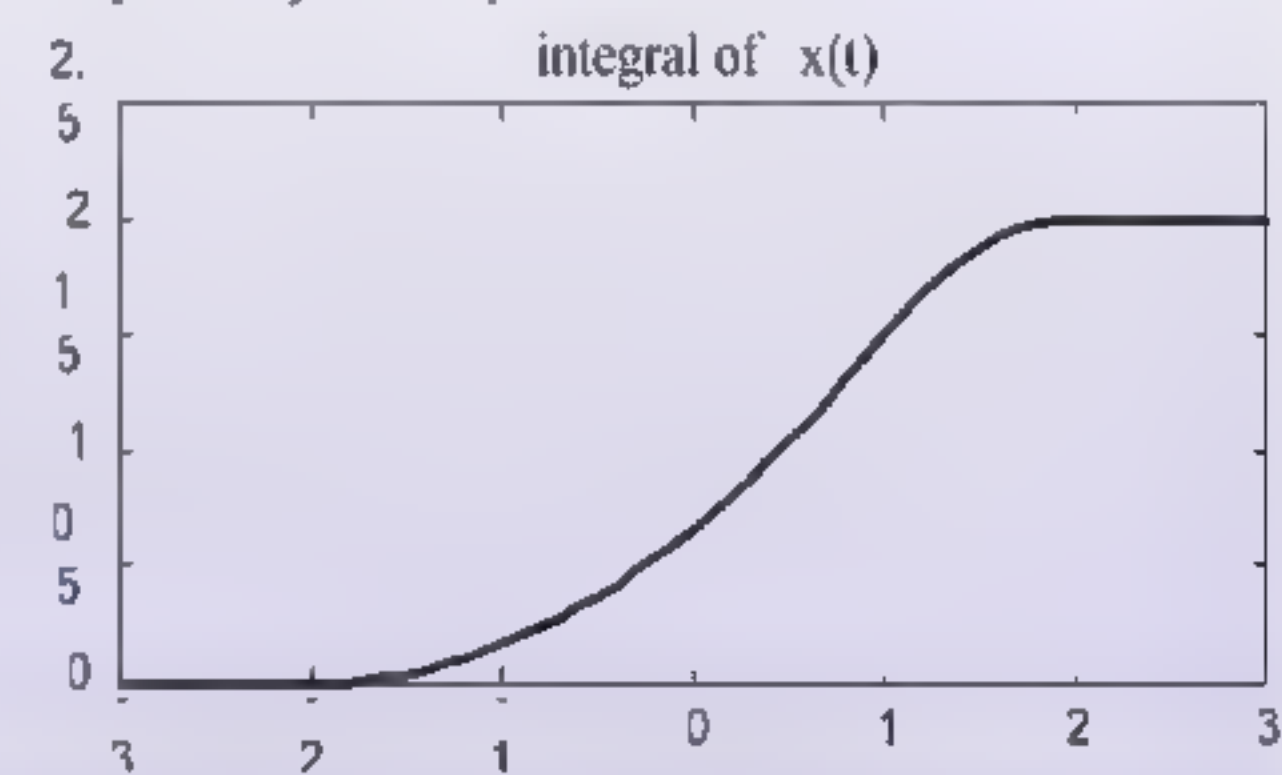
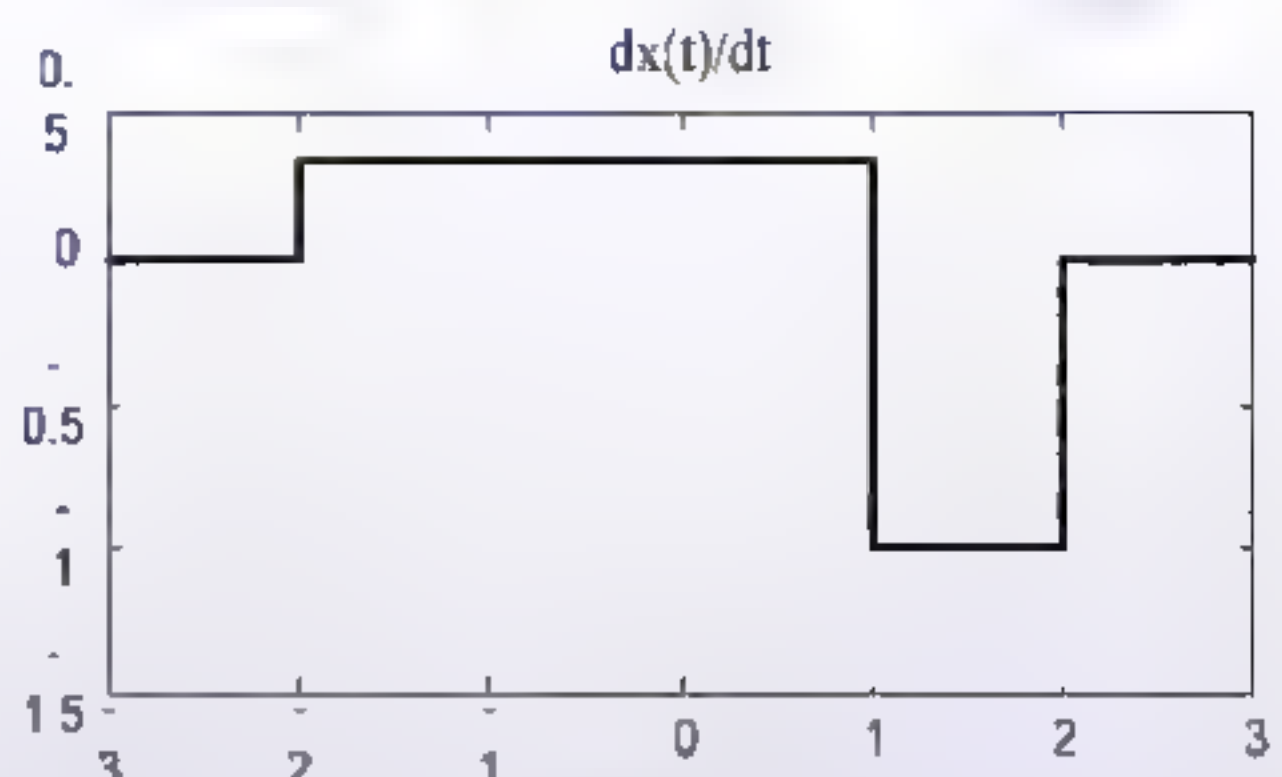
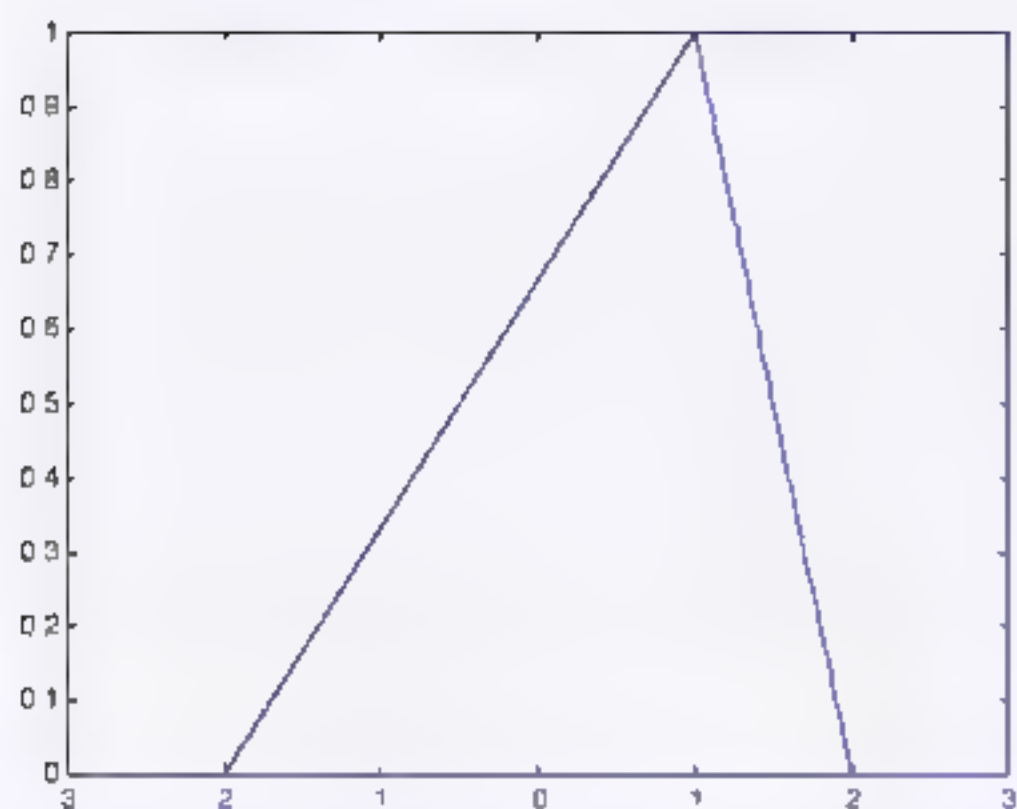
3. 离散序列的差分与求和 连续信号的微分与积分

例:已知三角波 $x(t)$ ，画出其微分与积分的波形

```
%differentiation  
h=0.001;t=-3:h:3;  
y1=diff(f2_2(t))*1/h;  
plot(t(1:length(t)-1),y1)
```

```
%integration  
t=-3:0.1:3;  
for x=1:length(t)  
    y2(x)=quad('f2_2',-3,t(x));  
end  
plot(t,y2)
```

三角波 $f(t)$ 微分与积分的波形



✚ 利用MATLAB进行系统的时域分析

- ◆ 连续时间系统零状态响应的求解
- ◆ 连续时间系统冲激响应和阶跃响应的求解
- ◆ 离散时间系统零状态响应的求解
- ◆ 离散时间系统单位脉冲响应的求解
- ◆ 离散卷积的计算

一、连续时间系统零状态响应的求解

```
y=lsim(sys,x,t)
```

t 表示计算系统响应的抽样点向量

x 是系统输入信号向量，

sys 是LTI系统模型，借助tf函数获得

```
sys=tf(b,a)
```

b和a分别为微分方程右端和左端各项的系数向量

$$a_3 y'''(t) + a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_3 x'''(t) + b_2 x''(t) + b_1 x'(t) + b_0 x(t)$$

```
a=[a3, a2, a1, a0];
```

```
b=[b3, b2, b1, b0];
```

```
sys=tf(b,a)
```

二、连续系统冲激响应和阶跃响应求解

连续时间系统冲激响应可用`impulse`函数直接求出，其调用形式为

```
y=impulse(sys, t)
```

连续时间系统阶跃响应可用`step`函数直接求出，其调用形式为

```
y=step(sys, t)
```

`t` 表示计算系统响应的抽样点向量

`sys` 是LTI系统模型

三、离散时间系统零状态响应的求解

$$y = \text{filter}(b, a, x)$$

b, a 分别是差分方程左、右端的系数向量
 x 表示输入序列, y 表示输出序列

$$\sum_{i=0}^n a_i y[k-i] = \sum_{j=0}^m b_j x[k-j]$$

可用MATLAB表示为

$$b = [b_0, b_1, b_2, \dots, b_M];$$

$$a = [a_0, a_1, a_2, \dots, a_N];$$

四、离散时间系统单位脉冲响应的求解

$$h = \text{impz}(b, a, k)$$

b, a 分别是差分方程左、右端的系数向量

k 表示输出序列的取值范围

h 就是单位脉冲响应

五、离散卷积的计算

$$c = \text{conv}(a, b)$$

式中 a, b 为待卷积两序列的向量表示， c 是卷积结果。

conv 函数也可用于计算两个多项式的积

例： $(s^3+2s+3)(s^2+3s+2)$ 可用下面MATLAB语句求出

$a = [1, 0, 2, 3];$

$b = [1, 3, 2];$

$c = \text{conv}(a, b)$

例1 求系统 $y''(t)+2y'(t)+100y(t)=10x(t)$ 的零状态响应，已知 $x(t)=\sin(2\pi t) u(t)$ 。

%program3_1微分方程求解

ts=0;te=5;dt=0.01;

sys=tf([10],[1 2 100]);

t=ts:dt:te;

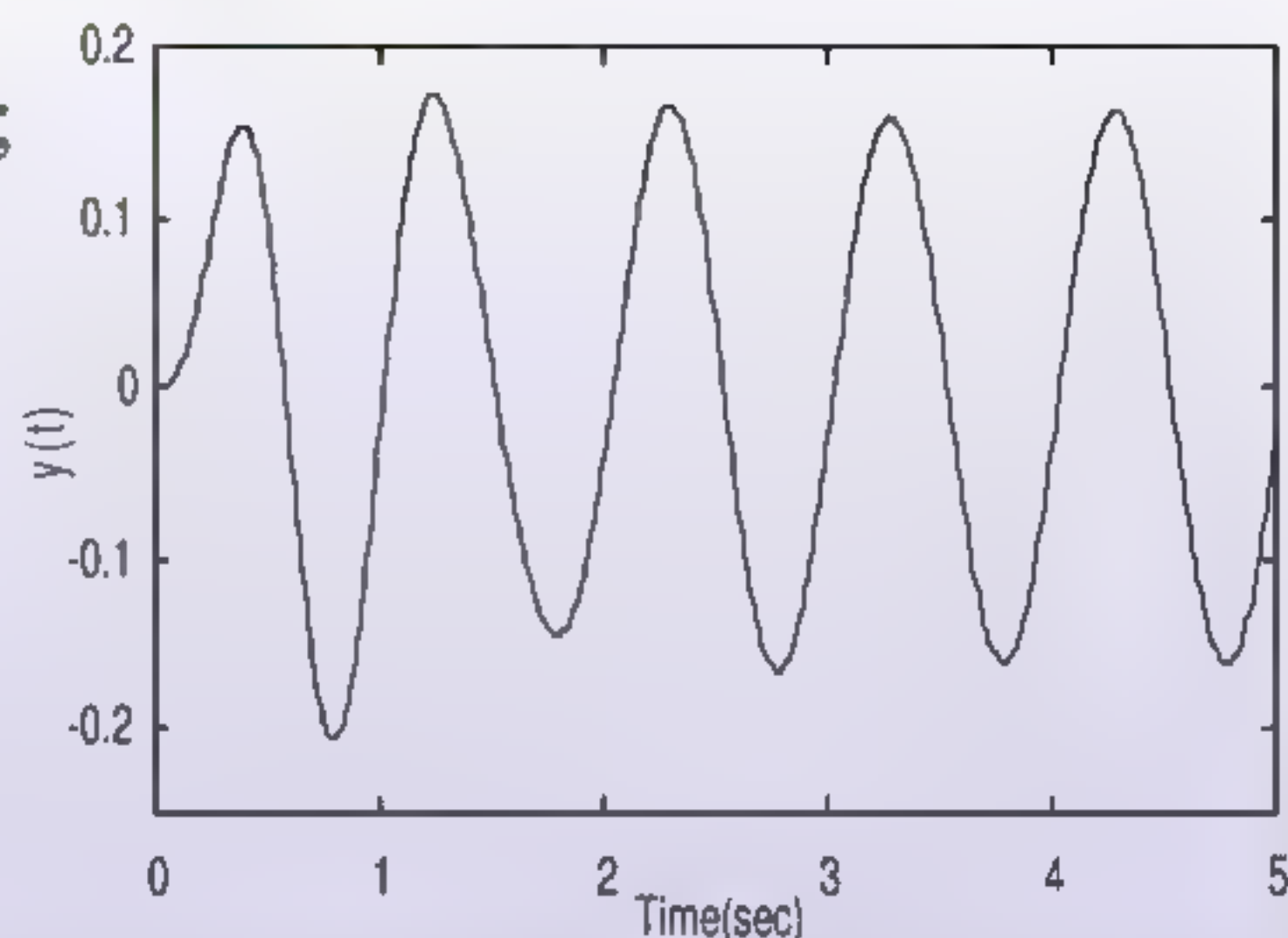
x=sin(2*pi*t);

y=lsim(sys,x,t);

plot(t,y);

xlabel('Time(sec)')

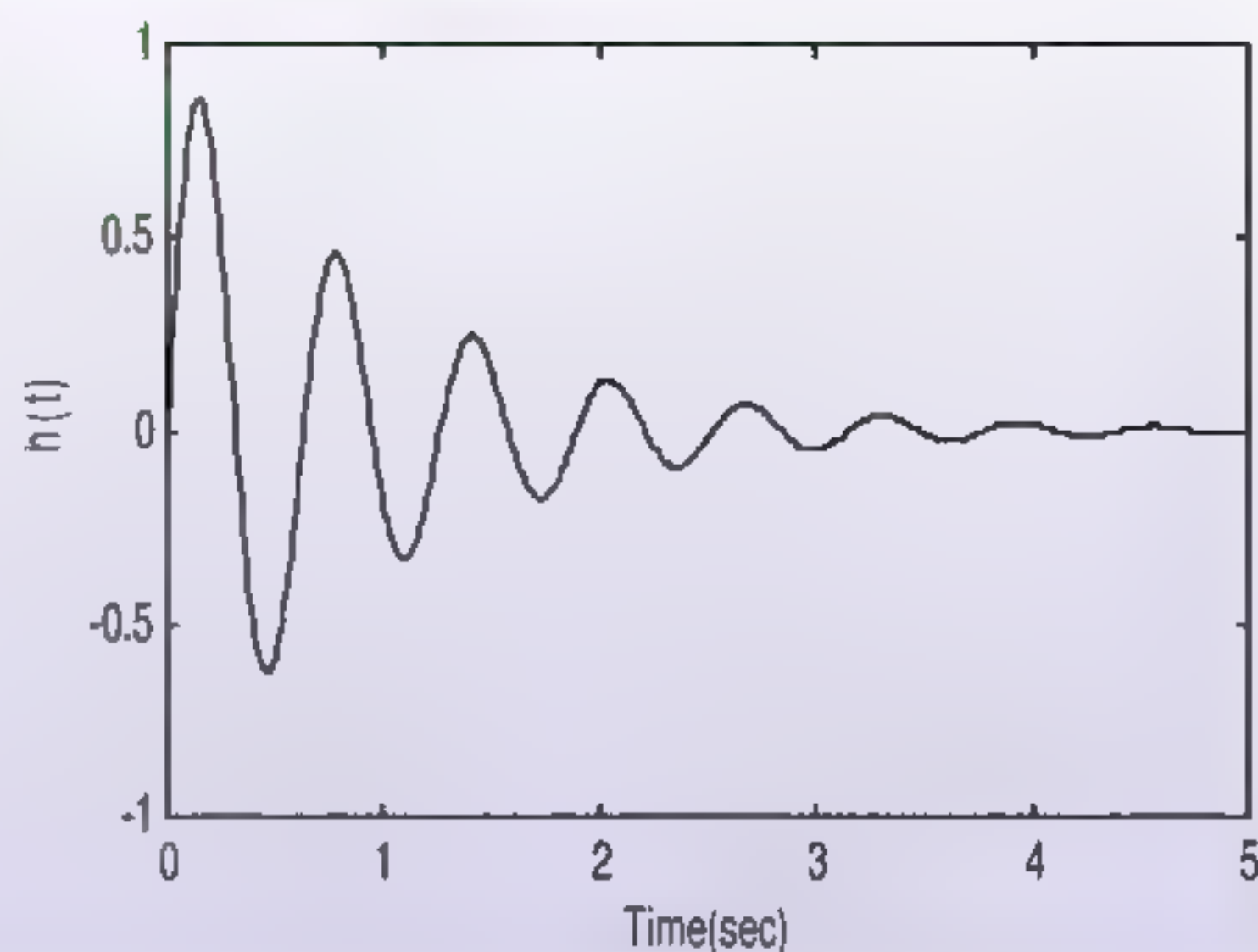
ylabel('y(t)')



例2 求系统 $y''(t) + 2y'(t) + 100y(t) = 10x(t)$ 的零状态响应，已知 $x(t) = \delta(t)$ 。

%program3_2连续时间系统的冲激响应

```
ts=0;te=5;dt=0.01;  
sys=tf([10],[1 2 100]);  
t=ts:dt:te;  
y=impz(sys,t);  
plot(t,y);  
xlabel('Time(sec)')  
ylabel('h(t)')
```

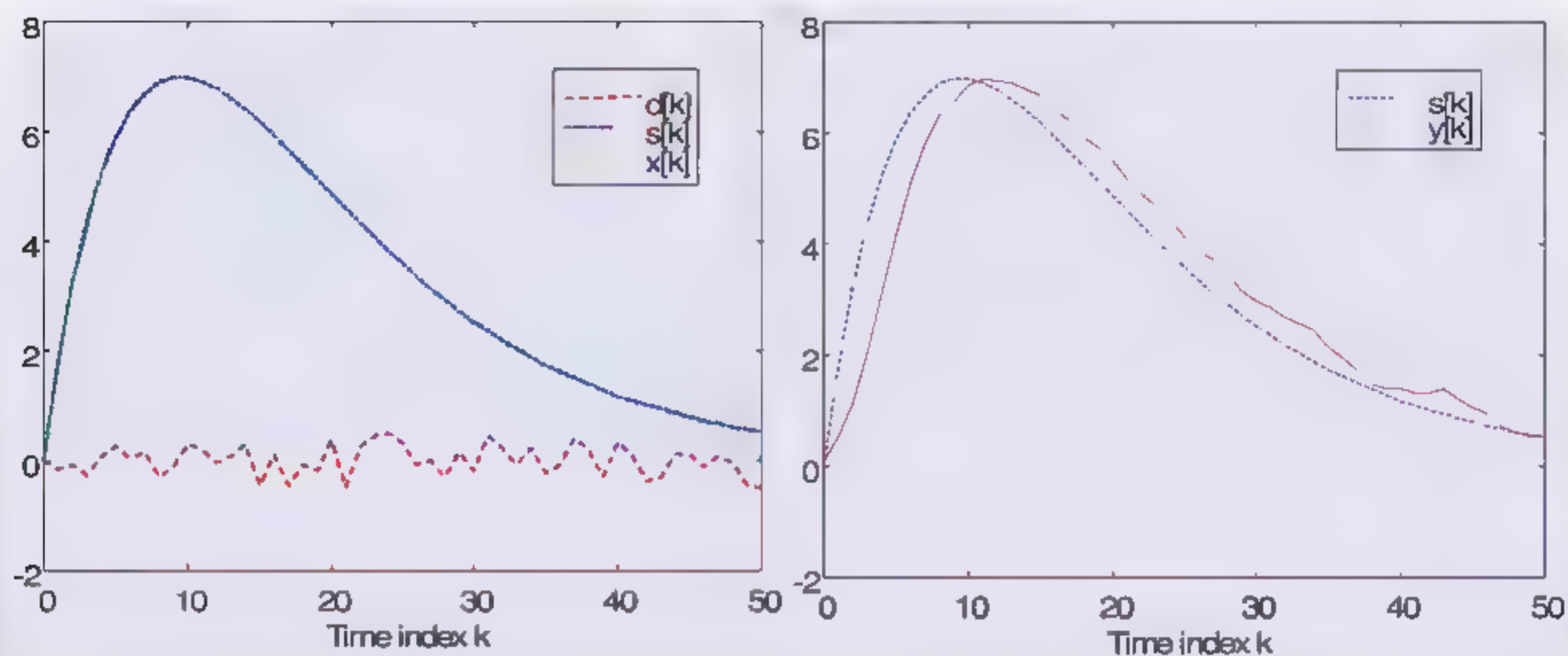


例3 分析噪声干扰的信号 $x[k]=s[k]+d[k]$ 通过M点滑动平均系统的响应, $y[k]=\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{M-1}x[k-n]$
其中 $s[k]=(2k)0.9^k$ 是原始信号, $d[k]$ 是噪声。

```
R=51 ; d = rand(1,R) - 0.5;  
k=0:R-1;  
s=2*k.*(0.9.^k); x=s+d;  
figure(1);  
plot(k,d,'r-.',k,s,'b--',k,x,'g-');  
M=5; b = ones(M,1)/M; a = 1;  
y = filter(b,a,x);  
figure(2);  
plot(k,s,'b--',k,y,'r-');
```

例3 分析噪声干扰的信号 $x[k]=s[k]+d[k]$ 通过M点滑动平均系统的响应， $y[k]=\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{M-1}x[k-n]$
其中 $s[k]=(2k)0.9^k$ 是原始信号， $d[k]$ 是噪声。

噪声干扰信号 $x[k]=s[k]+d[k]$ 通过M点滑动平均系统的响应



例4 求系统 $y[k]+3y[k-1]+2y[k-1]=10x[k]$ 的单位脉冲响应。

% program 3_4 离散系统的单位脉冲响应

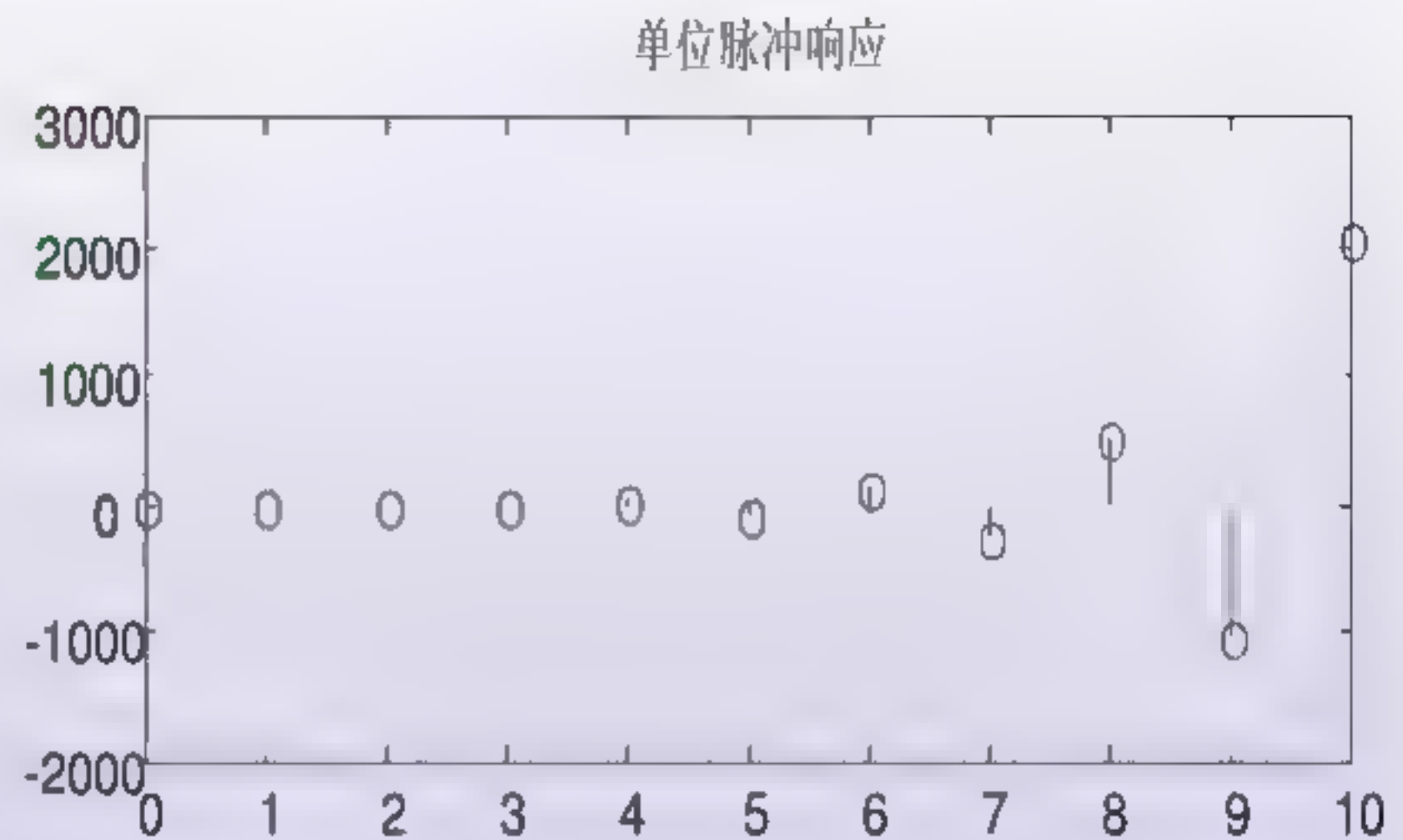
k=0:10;

a=[1 3 2];

b=[10];

h=impz(b,a,k);

stem(k,h)



例5 计算 $x[k] * y[k]$ 并画出卷积结果，已知
 $x[k] = \{1, 2, 3, 4; k=0, 1, 2, 3\}$,
 $y[k] = \{1, 1, 1, 1, 1; k=0, 1, 2, 3, 4\}$ 。

```
% program 3_5
```

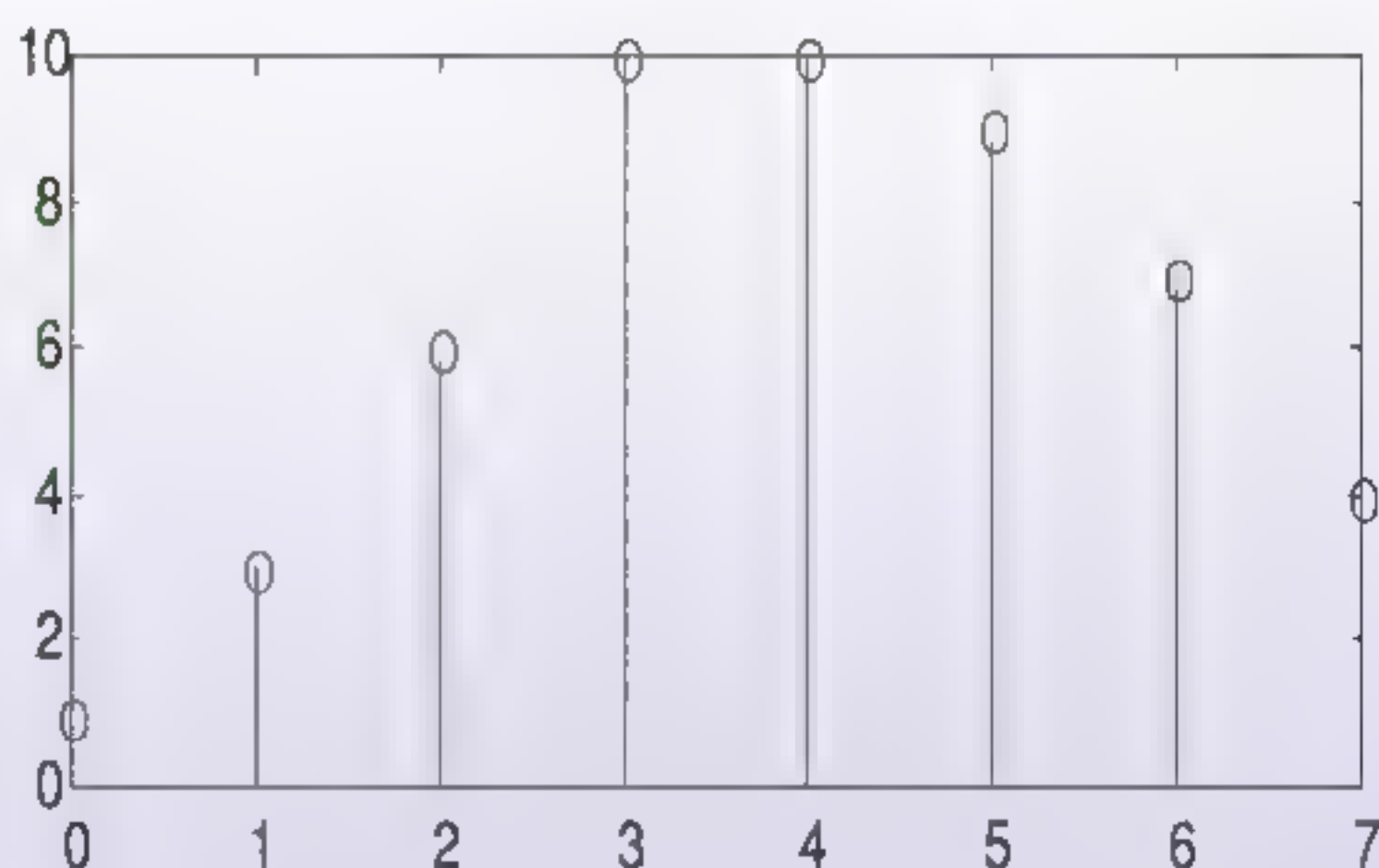
```
x=[1,2,3,4];
```

```
y=[1,1,1,1,1];
```

```
z=conv(x,y);
```

```
N=length(z);
```

```
stem(0:N-1,z);
```



✚ 利用MATLAB进行信号的频域分析

- ◆ 周期信号频谱的MATLAB实现
- ◆ 用数值积分分析非周期信号频谱

一、周期信号频谱的MATLAB实现

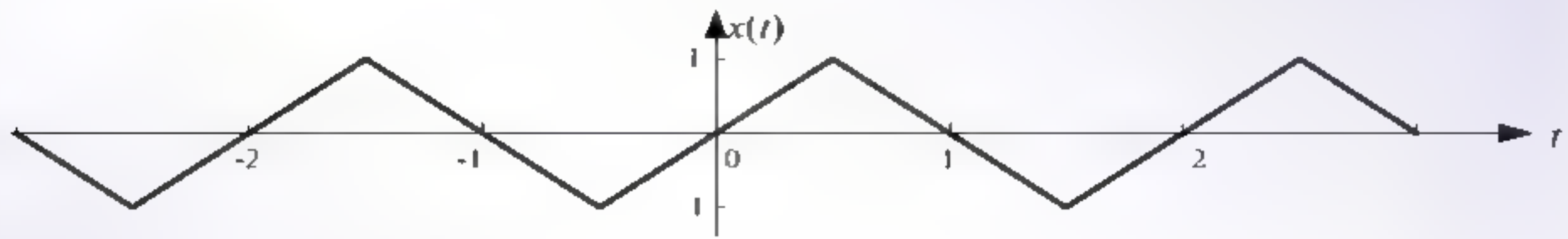
频谱 F_n 一般为复数，可分别利用`abs`和`angle`函数获得其幅频特性和相频特性。

其调用格式分别为

```
x=abs(Cn)
y=angle(Cn)
```

周期信号的频谱 C_n 为离散信号，可以用`stem`画出其频谱图。

例1 试用MATLAB画出图示周期三角波信号的频谱。



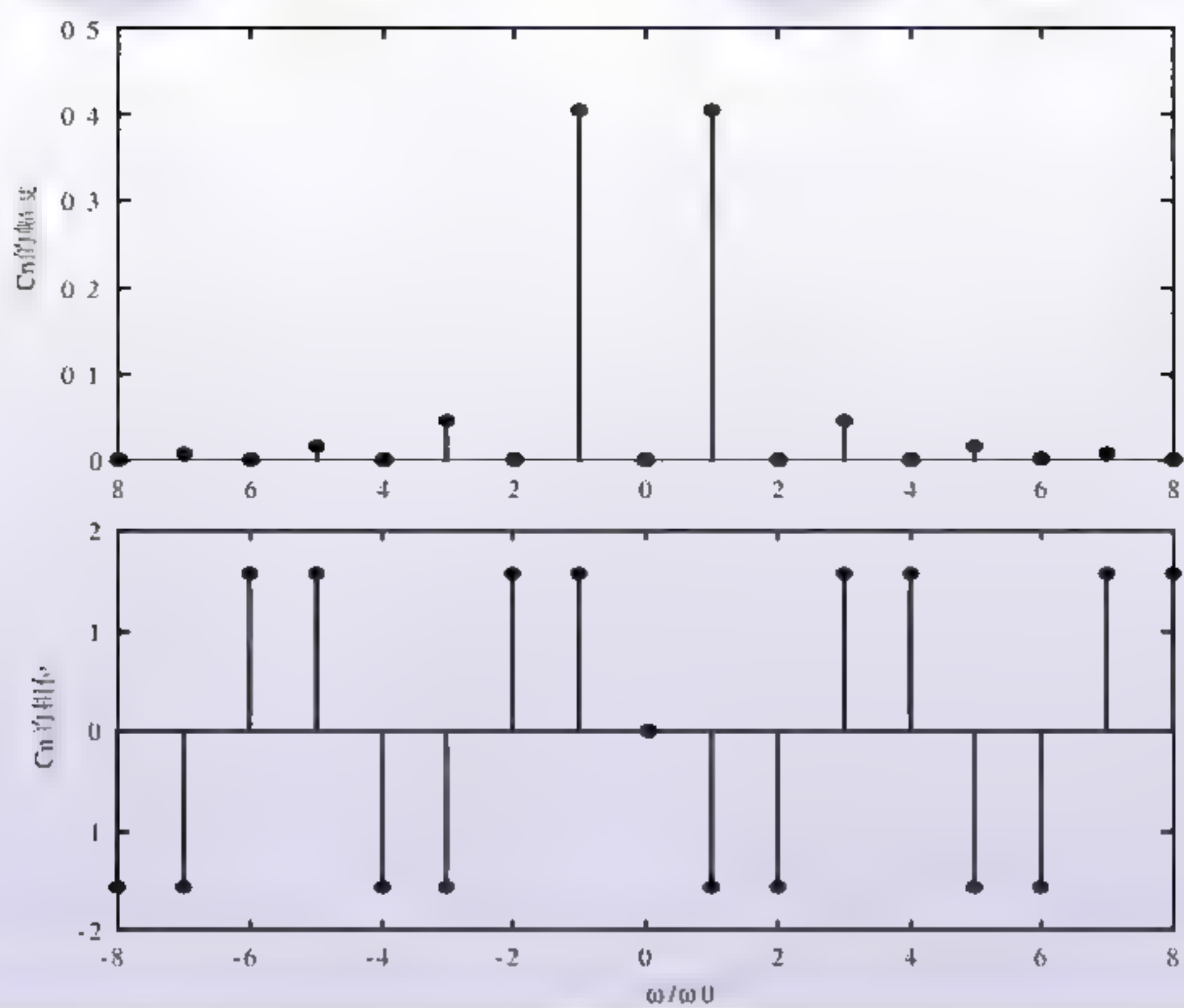
解：周期信号的频谱为

$$C_n = \begin{cases} \frac{-4j}{n^2 \pi^2} \sin(\frac{n\pi}{2}) & n \neq 0 \\ 0 & n = 0 \end{cases}$$

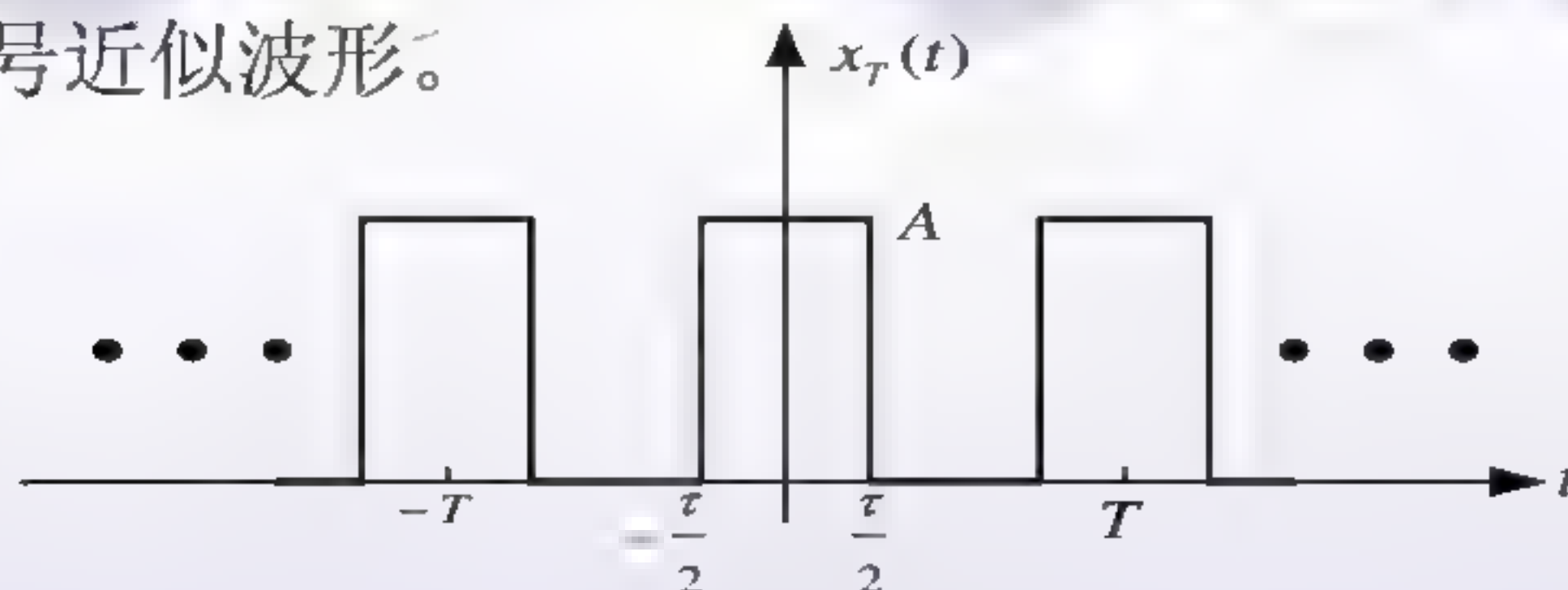
画三角波信号频谱的MATLAB程序

```
N=8;  
n1=-N:-1; %计算n=-N到-1的Fourier系数  
c1=-4*j*sin(n1*pi/2)/pi^2./n1.^2;  
c0=0; %计算n=0时的Fourier系数  
n2=1:N; %计算n=1到N的Fourier系数  
c2=-4*j*sin(n2*pi/2)/pi^2./n2.^2;  
cn=[c1 c0 c2];  
n=-N:N;  
subplot(2,1,1);  
stem(n,abs(cn));ylabel('Cn的幅度');  
subplot(2,1,2);  
stem(n,angle(cn));  
ylabel('Cn的相位');xlabel('\omega/\omega_0');
```


程序运行结果



例2 求周期矩形脉冲的Fourier级数表示式。并用MATLAB求出由前 N 项Fourier级数系数得出的信号近似波形。



$$C_n = \frac{\tau A}{T} \text{Sa}(n\omega_0\tau/2)$$

$$x_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} = \frac{\tau A}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\tau A}{T} \text{Sa}\left(\frac{n\omega_0\tau}{2}\right) \cos n\omega_0 t$$

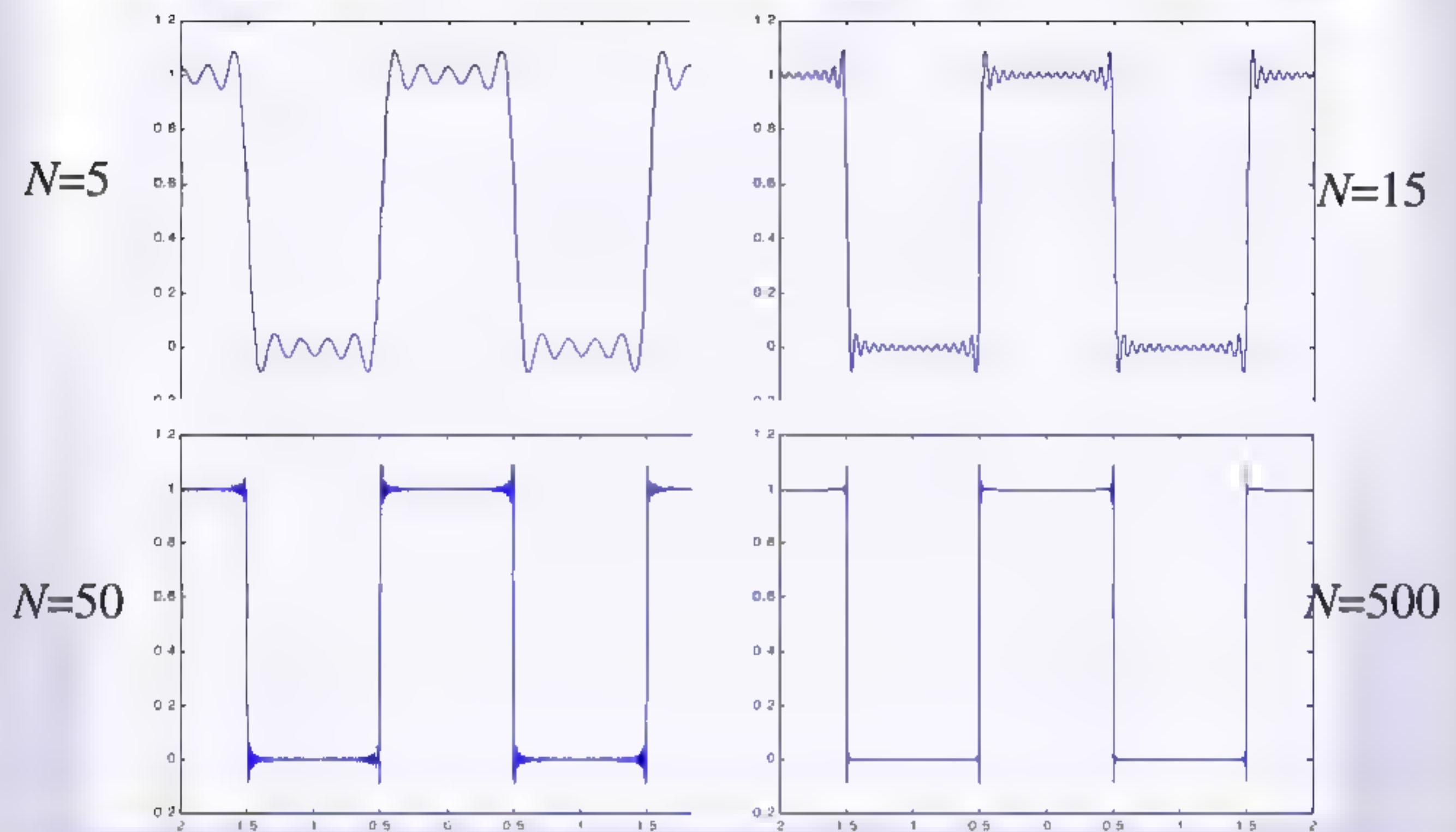
取 $A=1, T=2, \tau=1, \omega_0=\pi$

$$x_T(t) = 0.5 + \sum_{n=1}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\pi t)$$

% Gibbs phenomenon

```
t=-2:0.001:2;  
N=input('Number of harmonics= ');  
c0=0.5;  
xN=c0*ones(1,length(t)); %dc component  
for n=0:2:N % even harmonics are zero  
    xN=xN+cos(pi*n*t)*sinc(n/2);  
end  
plot(t,xN);
```

% Gibbs phenomenon



二、用数值积分分析非周期信号频谱

数值函数积分`quad8`可用来计算非周期信号频谱

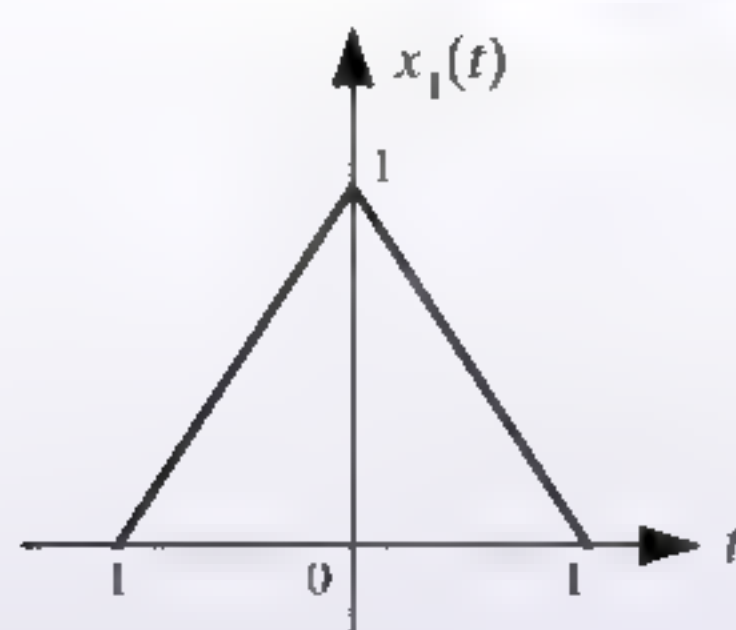
`y = quad8('F',a,b)`

`F` 是一个字符串，它表示被积函数的文件名。

`a,b` 分别表示定积分的下限和上限

`quad8`的返回是用自适应Simpson算法得出的积分值

例3 试用数值方法近似计算三角波信号的频谱



解：图示三角波可表示为

$$x_1(t) = (1 - |t|)p_2(t)$$

三角波信号频谱的理论值为

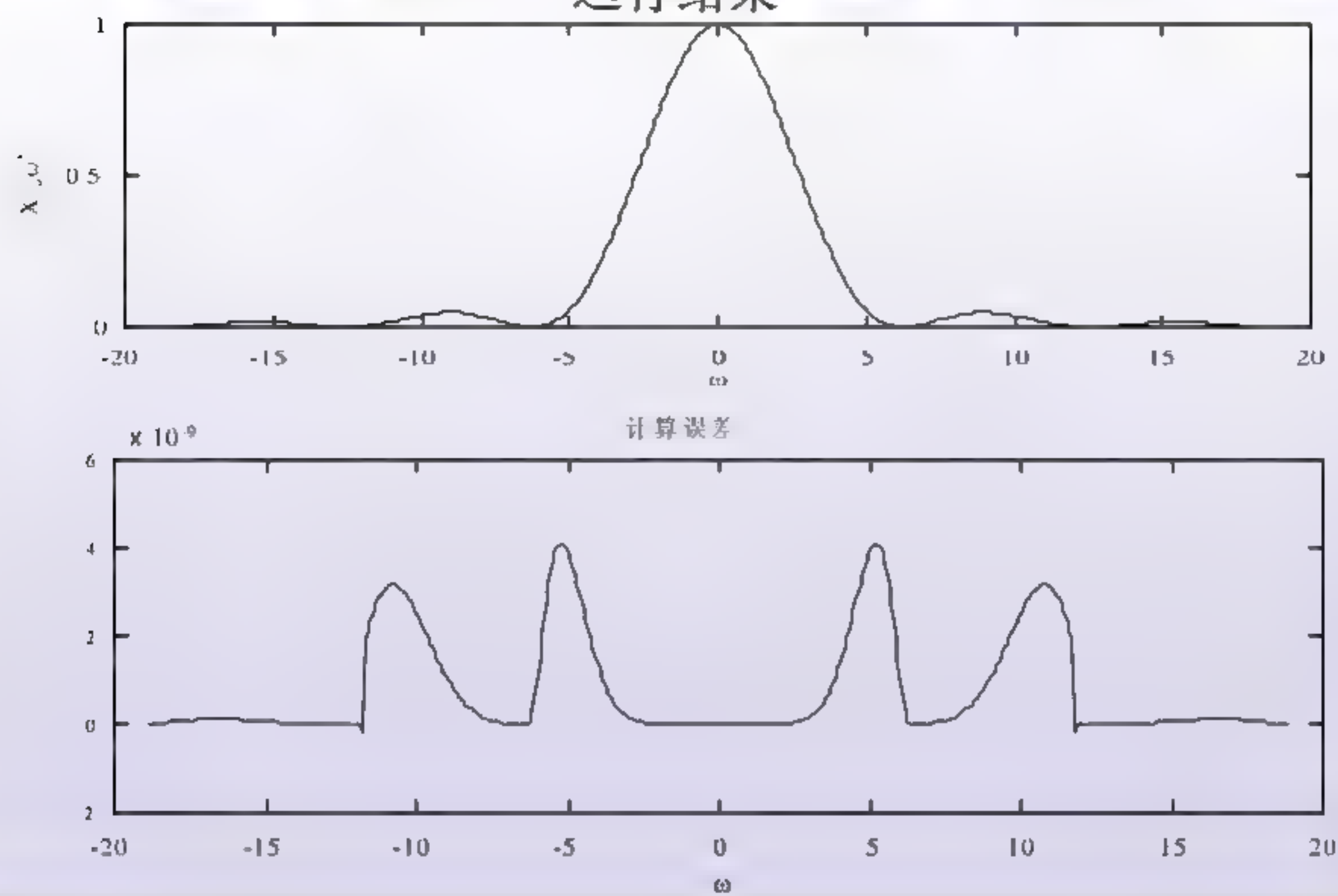
$$X(j\omega) = \text{Sa}^2(\omega/2)$$

例3 试用数值方法近似计算三角波信号的频谱

```
function y=sf1(t,w);  
y=(t>=-1 & t<=1).*(1-abs(t)).*exp(-j*w*t);  
  
w=linspace(-6*pi,6*pi,512);  
N=length(w);X=zeros(1,N);  
for k=1:N  
    X(k)=quad8('sf1',-1,1,[],[],w(k));  
end  
figure(1);  
plot(w,real(X));title("")  
xlabel('\omega');ylabel('X(j\omega)');  
figure(2);  
plot(w,real(X)-sinc(w/2/pi).^2);  
xlabel('\omega');title('计算误差');
```

例3 试用数值方法近似计算三角波信号的频谱

运行结果



✦ 利用MATLAB进行系统频域分析

- ◆ 连续系统频率响应的计算
- ◆ 周期信号通过系统的响应
- ◆ 离散系统频率响应的计算

一、连续系统频率响应的计算

$$H(j\omega) = \frac{B(\omega)}{A(\omega)} = \frac{b(1)(j\omega)^M + b(2)(j\omega)^{M-1} + \dots + b(M+1)}{a(1)(j\omega)^N + a(2)(j\omega)^{N-1} + \dots + a(N+1)}$$

计算频响的MATLAB函数

`H=freqs(b,a,w)`

b 分子多项式系数

a 分母多项式系数

w 需计算的 $H(j\omega)$ 的抽样点

(数组w中少需包含两个 ω 的抽样点)。

一、连续系统频响特性的计算

例1 三阶归一化的Butterworth低通滤波器的系统函数为

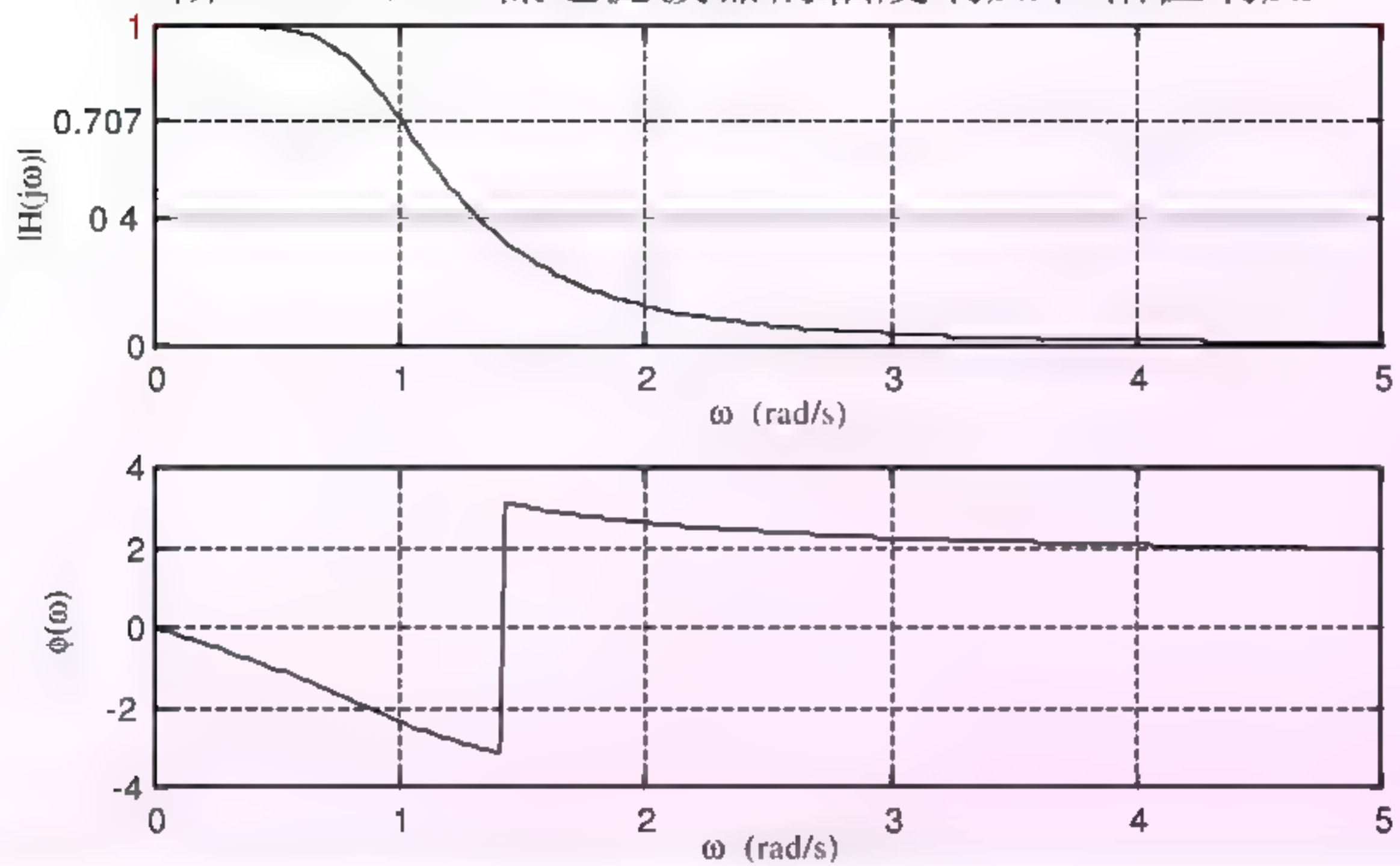
$$H(j\omega) = \frac{1}{(j\omega)^3 + 2(j\omega)^2 + 2(j\omega) + 1}$$

试画出 $|H(j\omega)|$ 和 $\varphi(\omega)$ 。

```
w=linspace(0,5,200);  
b=[1];a=[1 2 2 1];  
h=freqs(b,a,w);  
subplot(2,1,1);  
plot(w,abs(h));  
subplot(2,1,2);  
plot(w,angle(h));
```

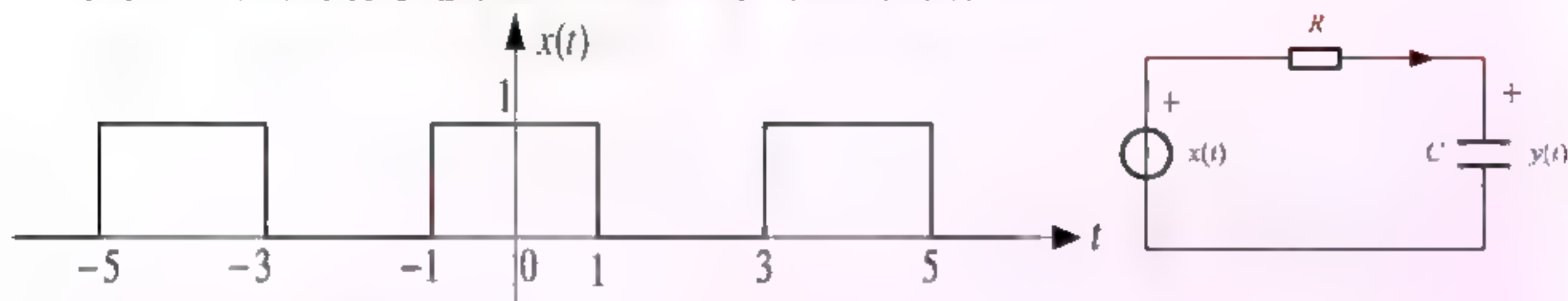
一、连续系统频响特性的计算

三阶Butterworth低通滤波器的幅度响应和相位响应



二、周期信号通过系统的响应

例2 周期方波通过RC系统的响应。



$$H(j\omega) = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad C_n = \frac{A\tau}{T} \text{Sa}\left(\frac{n\omega_0\tau}{2}\right) = \frac{1}{2} \text{Sa}\left(\frac{\pi n}{2}\right)$$

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n H(jn\omega_0) e^{jn\omega_0 t} = 0.5 + \sum_{n=1}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{\pi n}{2}\right) \left| \frac{1}{1 + jn\omega_0 RC} \right| \cos(n\omega_0 t + \phi)$$

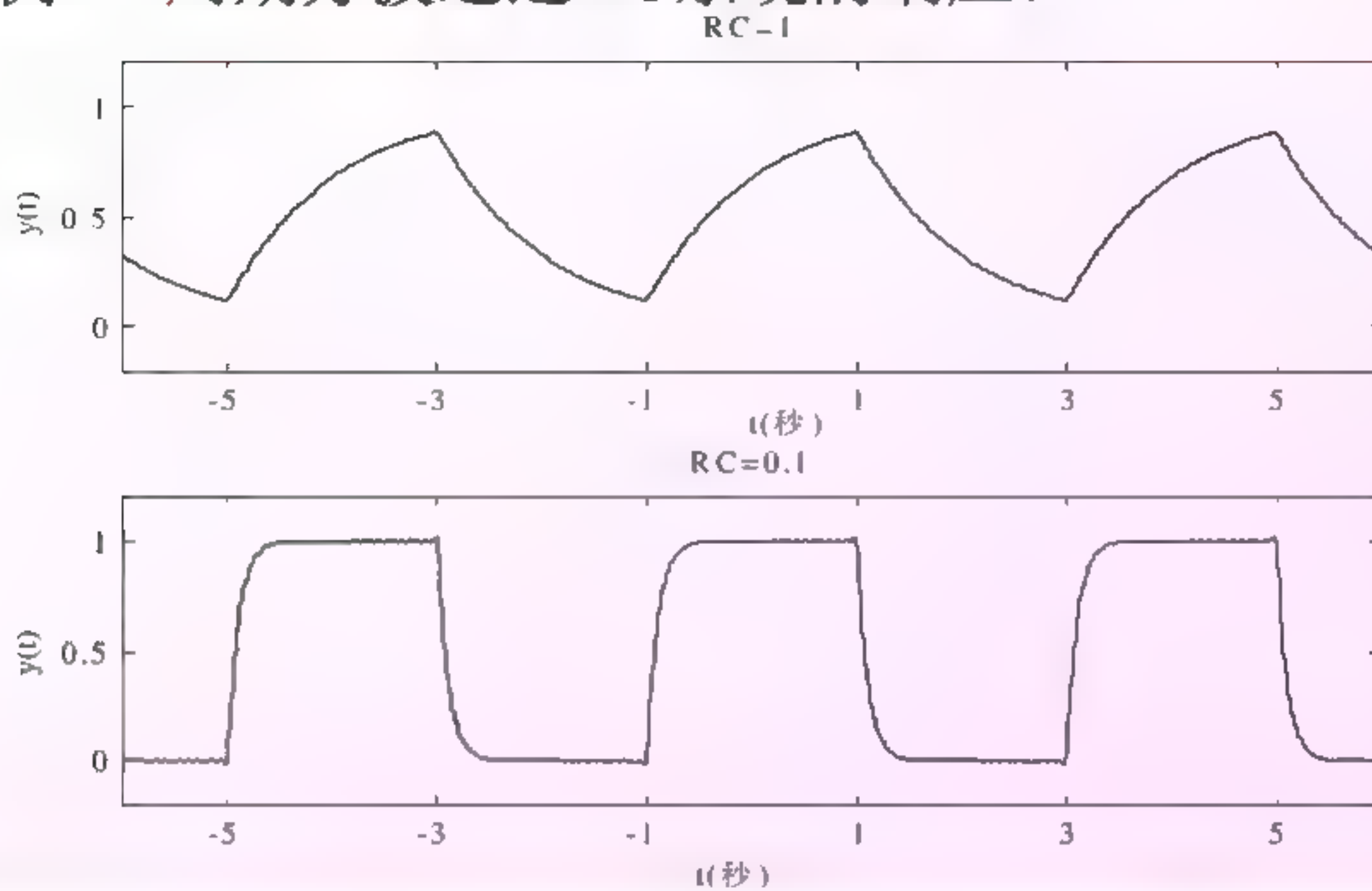
二、周期信号通过系统的响应

例2 周期方波通过**RC**系统的响应。

```
%p5_2 Periodic signal pass LTI system
T=4;w0=2*pi/T;RC=0.1;
t=-6:0.01:6;N=51;
c0=0.5;xN=c0*ones(1,length(t)); %dc
for n=1:2:N % even harmonics are zero
    H=abs(1/(1+j*RC*w0*n));
    phi=angle(1/(1+j*RC*w0*n));
    xN=xN+H*cos(w0*n*t+phi)*sinc(n*0.5);
end
plot(t,xN);
xlabel(['time RC=',num2str(RC)]);grid;
set(gca,'xtick',[-5 -3 -1 0 1 3 5]);
```

二、周期信号通过系统的响应

例2 周期方波通过**RC**系统的响应。



三、离散系统频率响应的计算

$$H(e^{j\Omega}) = \frac{B(e^{j\Omega})}{A(e^{j\Omega})} = \frac{b_0 + b_1 e^{j\Omega} + \dots + b_M e^{j\Omega M}}{a_0 + a_1 e^{-j\Omega} + \dots + a_N e^{-j\Omega N}}$$

计算频率响应的MATLAB函数

`h = freqz(b,a,w)`

b 分子的系数 **a** 分母系数

w 抽样的频率点(至少2点), w在0~2π之间

幅频特性: **abs**, 相频特性: **angle**

三、离散系统频率响应的计算

例：画 $H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - \alpha e^{-j\Omega}}$ 的幅度响应曲线

```
b=[1];
```

```
a1=[1 -0.9]; a2=[1 0.9];
```

```
w=linspace(0,2*pi,512);
```

```
h1=freqz(b,a1,w);
```

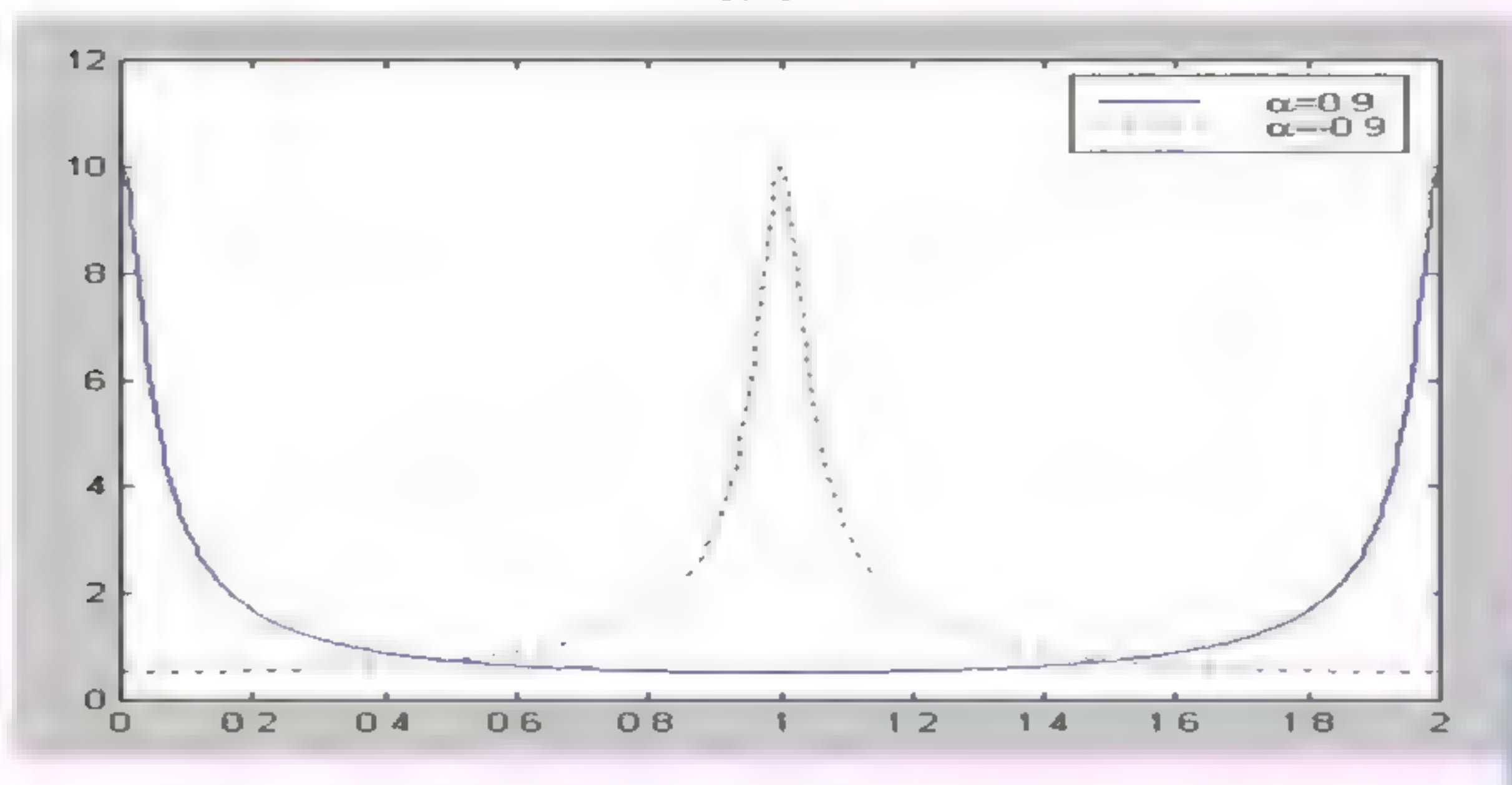
```
h2=freqz(b,a2,w);
```

```
plot(w/pi,abs(h1),w/pi,abs(h2),':');
```

```
legend('\alpha=0.9', '\alpha=-0.9');
```

三、离散系统频率响应的计算

例：画 $H(e^{j\Omega}) = \frac{1}{1 - \alpha e^{-j\Omega}}$ 的幅度响应曲线



✦ 利用MATLAB进行连续系统的复频域分析

- ◆ 部分分式展开的MATLAB实现
- ◆ $H(s)$ 的零极点与系统特性的MATLAB计算

一、部分分式展开的**MATLAB**实现

`[r,p,k]=residue(num,den)`

`num,den`分别为 $X(s)$ 分子多项式和分母多项式的系数向量。

`r`为部分分式的系数，`p`为极点，`k`为多项式的系数。若为真分式，则`k`为零。

二、 $H(s)$ 的零极点与系统特性的MATLAB计算

计算多项式根roots的函数可用于计算 $H(s)$ 的零极点。

`r=roots(D)` %计算多项式 $D(s)$ 的根

$H(s)$ 零极点分布图可用pzmap函数画出，
调用形式为

`pzmap(sys)`

表示画出sys所描述系统的零极点图。

例1 用部分分式展开法求 $X(s)$ 的反变换。

$$X(s) = \frac{s+2}{s^3+4s^2+3s}$$

```
%program7_1  
format rat %将结果数据以分数的形式输出  
num=[1 2]; den=[1 4 3 0];  
[r,p]=residue(num,den)
```

运行结果为 $r = -1/6, -1/2, 2/3$
 $p = -3, -1, 0$

故 $F(s)$ 可展开为 $X(s) = \frac{2/3}{s} + \frac{-0.5}{s+1} + \frac{-1/6}{s+3}$

$$x(t) = L^{-1}[X(s)] = \frac{2}{3}u(t) - \frac{1}{2}e^{-t}u(t) - \frac{1}{6}e^{-3t}u(t)$$

例2 用部分分式展开法求 $X(s)$ 的反变换。

$$X(s) = \frac{2s^3 + 3s^2 + 5}{(s+1)(s^2 + s + 2)}$$

```
% program7_2
```

```
num=[2 3 0 5];
```

```
den=conv([1 1],[1 1 2]);
```

```
%将因子相乘的形式转换成多项式的形式
```

```
[r,p,k]=residue(num,den)
```

```
magr=abs(r) %求r的模
```

```
angr=angle(r) %求r的相角
```

例2 用部分分式展开法求 $X(s)$ 的反变换。

$$X(s) = \frac{2s^3 + 3s^2 + 5}{(s+1)(s^2 + s + 2)}$$

运行结果为

- $r = -2.0000 + 1.1339i, -2.0000 - 1.1339i, 3.0000$
- $p = -0.5000 + 1.3229i, -0.5000 - 1.3229i, -1.0000$
- $k = 2$
- $\text{magr} = 2.299, 2.2991, 3.0000$
- $\text{angr} = 2.6258, -2.6258, 0$

故 $F(s)$ 可展开为

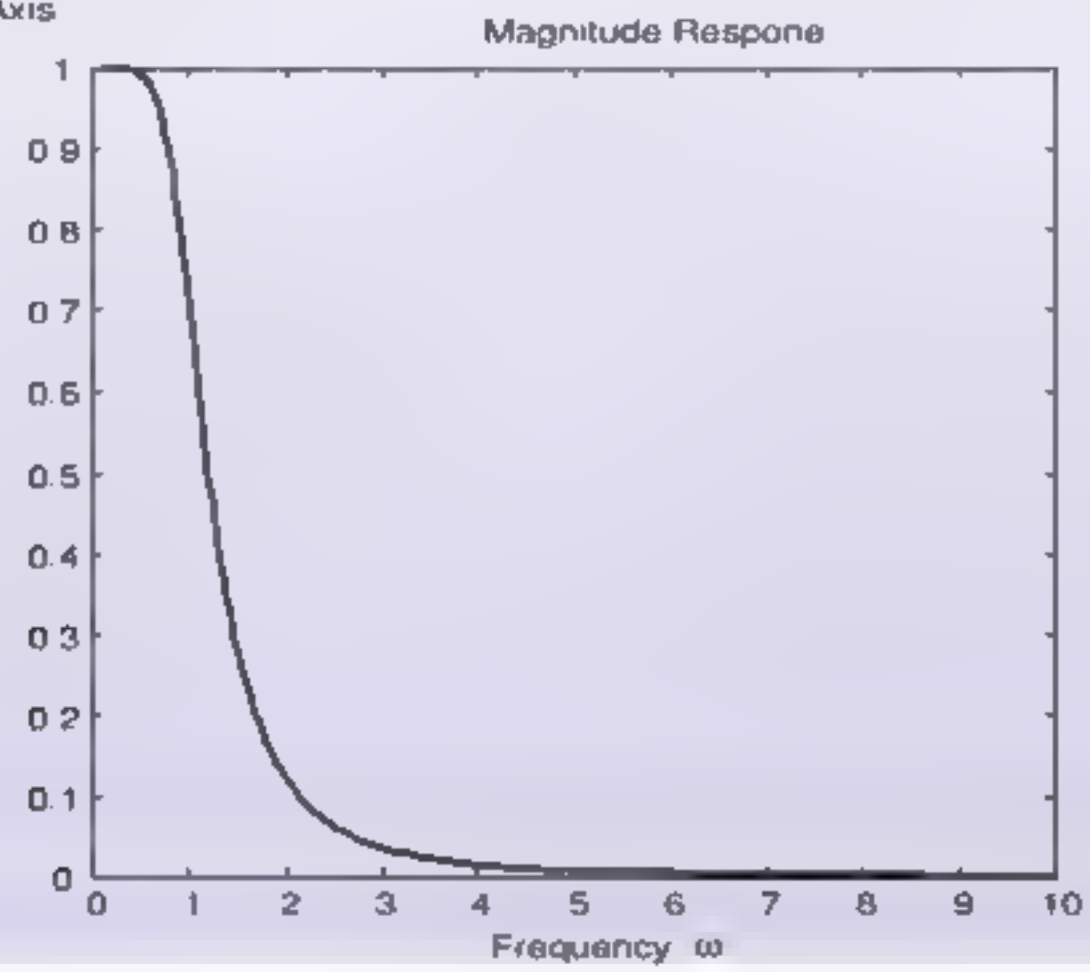
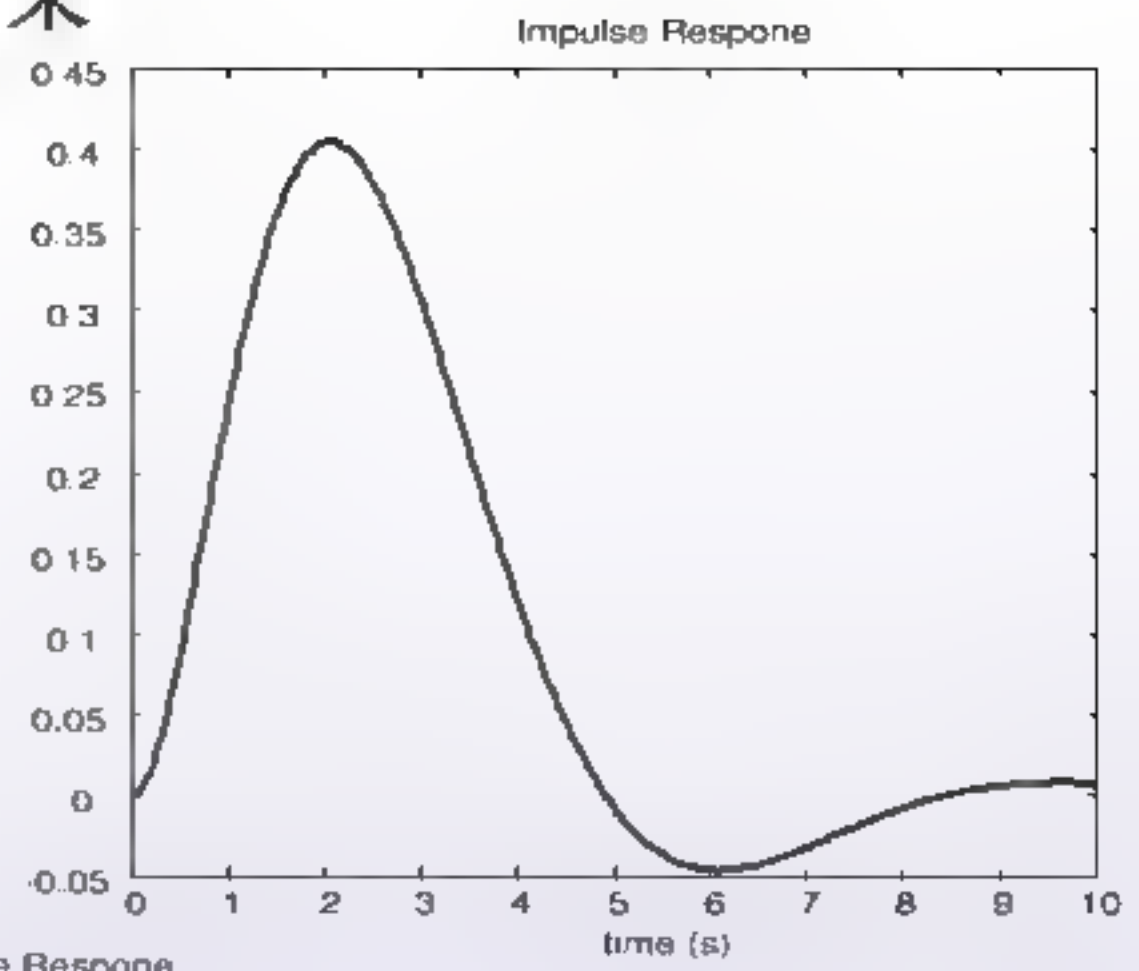
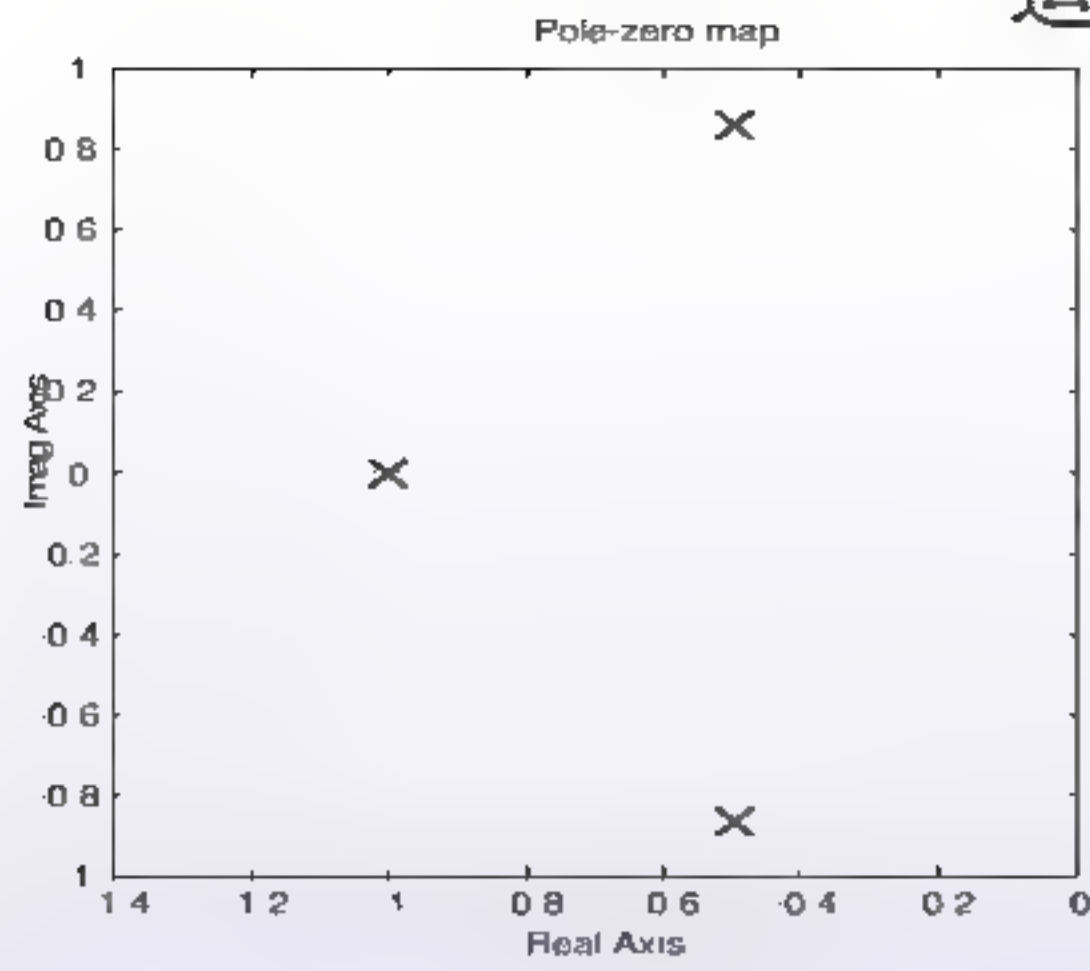
$$X(s) = 2 + \frac{3}{s+1} + \frac{2.2991e^{-j2.6258}}{s+0.5+j1.3229} + \frac{2.2991e^{j2.6258}}{s+0.5-j1.3229}$$

$$x(t) = 2\delta(t) + 3e^{-t}u(t) + 1.1495e^{-0.5t} \cos(1.3229t + 2.6258)u(t)$$

例3 试画出系统 $H(s) = \frac{1}{s^3 + 2s^2 + 2s + 1}$ 的零极点分布图，求其单位冲激响应 $h(t)$ 和频率响应 $H(j\omega)$ ，并判断系统是否稳定。

```
num=[1];den=[1 2 2 1];  
sys=tf(num,den);  
poles=roots(den)  
figure(1);pzmap(sys);  
t=0:0.02:10;  
h=impz(num,den,t);  
figure(2);plot(t,h)  
title('Impulse Response')  
[H,w]=freqz(num,den);  
figure(3);plot(w,abs(H))  
xlabel('\omega')  
title('Magnitude Response')
```


运行结果



✦ 利用MATLAB进行离散系统的 z域分析

- ◆ 部分分式展开的MATLAB实现
- ◆ $H(z)$ 的零极点与系统特性的MATLAB计算

一、部分分式展开的**MATLAB**实现

```
[r,p,k]=residuez(num,den)
```

num,den分别为 $X(z)$ 分子多项式和分母多项式的系数向量。

r为部分分式的系数，p为极点，k为多项式的系数。若为真分式，则k为零。

二、 $H(z)$ 的零极点与系统特性的MATLAB计算

利用tf2zp函数计算 $H(z)$ 的零极点，调用形式为

```
[z,p,k]=tf2zp(b,a)
```

b和a分别为 $H(z)$ 分子多项式和分母多项式的系数向量。

返回值z为零点、p为极点、k为增益常数。

$H(z)$ 零极点分布图可用zplane函数画出，
调用形式为

```
zplane(b,a)
```

例1 将 $X(z)$ 用部分分式展开。

$$X(z) = \frac{18}{18 + 3z^{-1} - 4z^{-2} - z^{-3}}$$

```
%program8_1
```

```
num = [18]; den = [18 3 -4 -1];
```

```
[r,p,k] = residuez(num,den)
```

运行结果为

$r=0.3600, 0.2400, 0.4000$

$p=0.5000, -0.3333, -0.3333$

$k=[]$

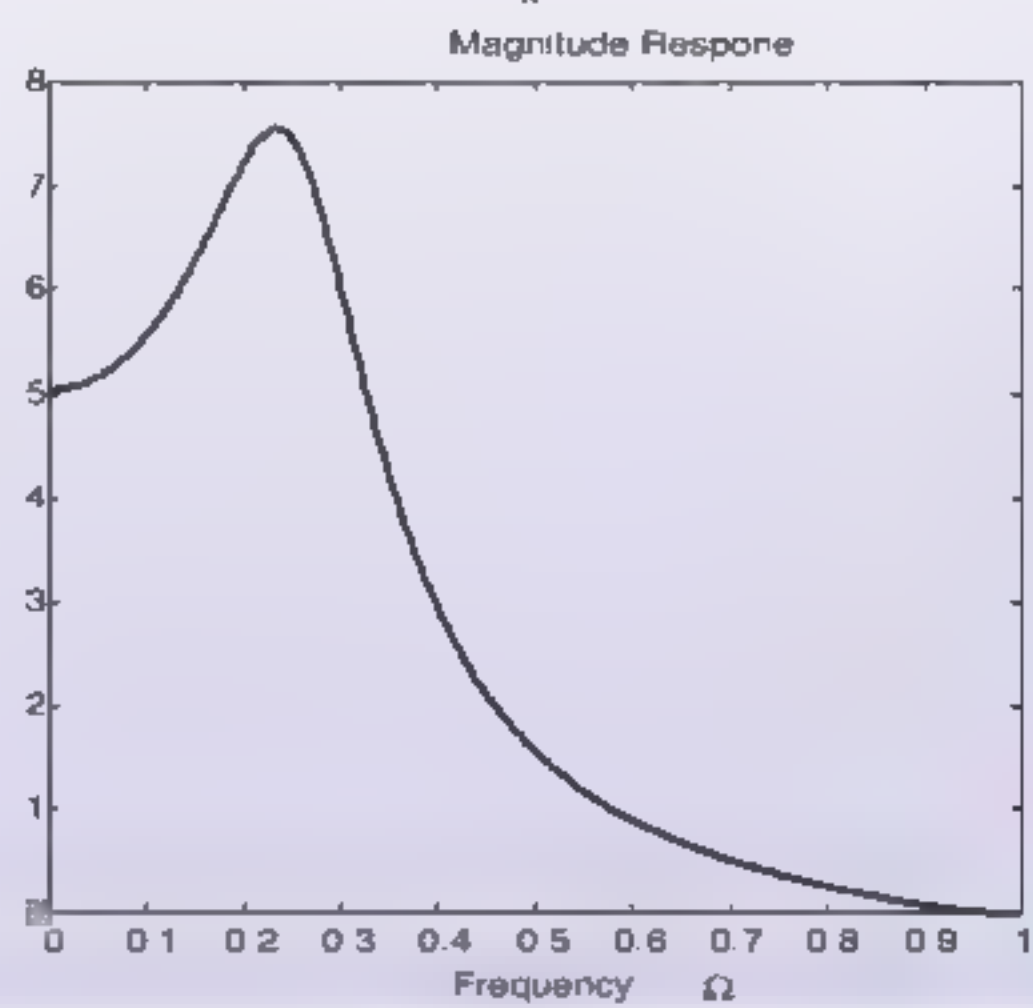
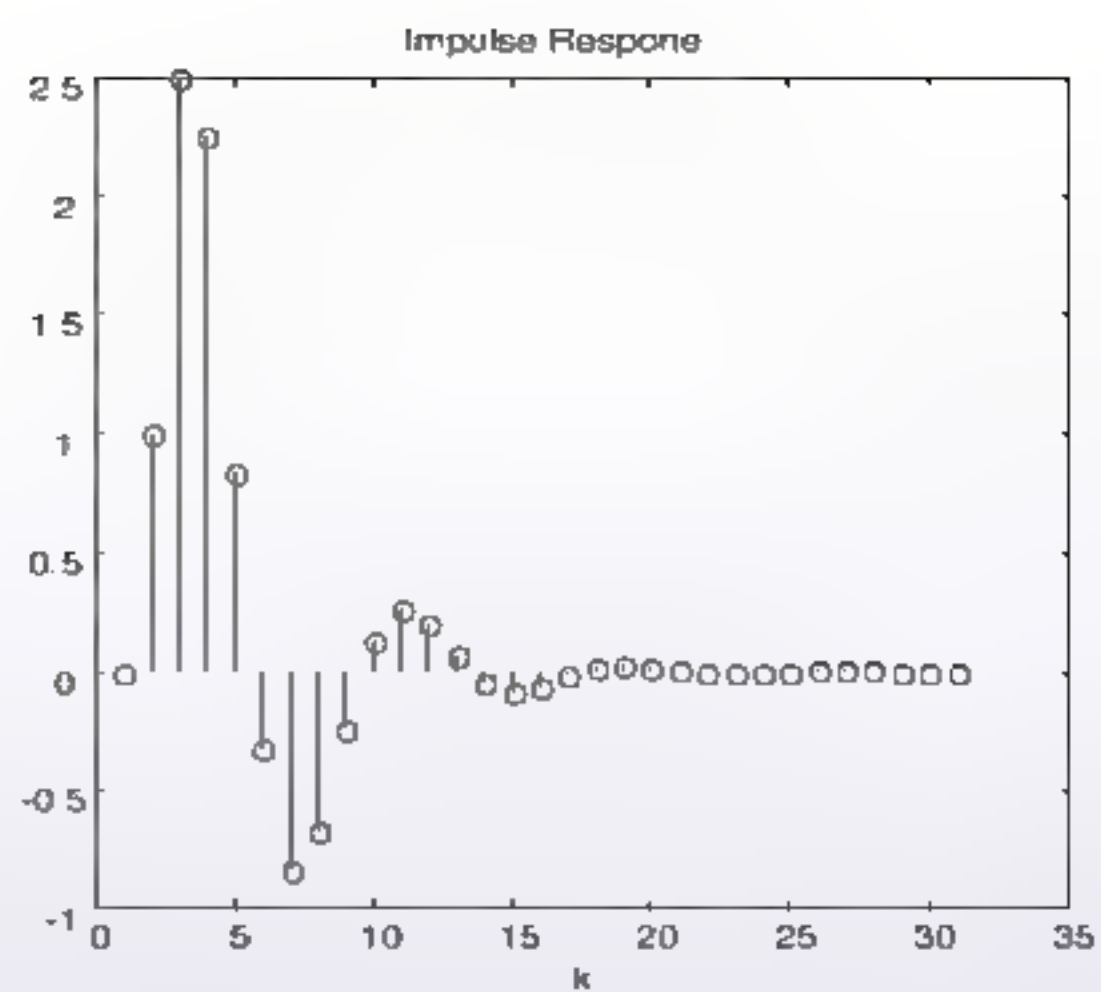
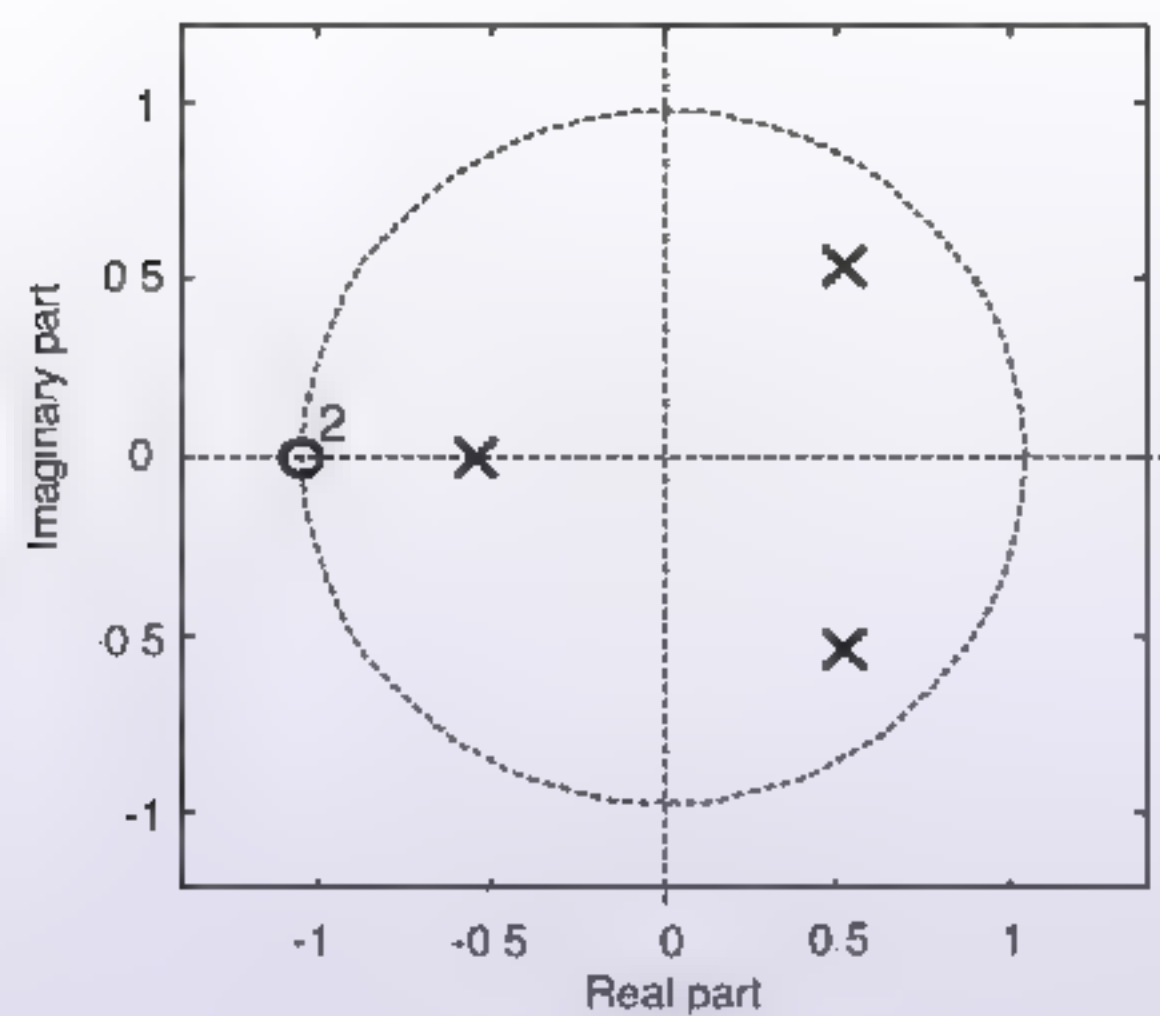
故 $X(z)$ 可展开为

$$X(z) = \frac{0.36}{1-0.5z^{-1}} + \frac{0.24}{1+0.3333z^{-1}} + \frac{0.4}{(1+0.3333z^{-1})^2}$$

例2 试画出系统 $H(z) = \frac{z^{-1} + 2z^{-2} + z^{-3}}{1 - 0.5z^{-1} - 0.005z^{-2} + 0.3z^{-3}}$ 的零极点分布图，求其单位冲激响应 $h[k]$ 和频率响应 $H(e^{j\omega})$ 。

```
% program 8_2
b=[1 2 1];a=[1 -0.5 -0.005 0.3];
figure(1);zplane(b,a);
num=[0 1 2 1];
den=[1 -0.5 -0.005 0.3];
h=impz(num,den);
figure(2);stem(h)
xlabel('k')
title('Impulse Response')
[H,w]=freqz(num,den);
figure(3);plot(w/pi,abs(H))
xlabel('Frequency \omega')
title('Magnitude Response')
```

运行结果



利用MATLAB进行系统状态变量分析

- ◆ 微分方程到状态方程的转换
- ◆ 状态方程系统函数矩阵 $H(s)$ 的计算
- ◆ **MATLAB**求解连续系统的状态方程
- ◆ **MATLAB**求解离散系统的状态方程

一、微分方程到状态方程的转换

$$[A,B,C,D]=\text{tf2ss}(\text{num},\text{den})$$

num,den 分别表示系统函数 $H(s)$ 的分子和分母多项式；

A,B,C,D 分别为状态方程的矩阵。

二、状态方程系统函数矩阵 $H(s)$ 的计算

`[num,den]= ss2tf (A,B,C,D,k)`

A, B, C, D 分别表示状态方程的矩阵。

K 表示函数ss2tf计算的与第 k 个输入相关的系统函数，即 $H(s)$ 的第 k 列。

`num` 表示 $H(s)$ 第 k 列的 m 个元素的分子多项式

`den` 表示 $H(s)$ 公共的分母多项式。

三、MATLAB求解连续系统的状态方程

获得连续系统状态方程的计算机表示模型

$\text{sys} = \text{ss}(\text{A}, \text{B}, \text{C}, \text{D})$

求解状态方程

$[\text{y}, \text{to}, \text{q}] = \text{lsim}(\text{sys}, \text{x}, \text{t}, \text{q0})$

sys 由函数ss构造的状态方程模型

t 需计算的输出样本点, $\text{t}=0:\text{dt}:\text{Tfinal}$

$\text{x}(:, \text{k})$ 系统第k个输入在t上的抽样值

q0 系统的初始状态(可缺省)

$\text{y}(:, \text{k})$ 系统的第k个输出

to 实际计算时所用的样本点; q 系统的状态

四、MATLAB求解离散系统的状态方程

获得离散状态方程的计算机表示模型

```
sys = ss(A,B,C,D,[ ])
```

求解状态方程

```
[y,n,q]=lsim(sys,x,[ ],q0)
```

sys 由函数ss构造的状态方程模型

x(:,k) 系统第k个输入序列

q0 系统的初始状态(可缺省)

y(:,k) 系统的第k个输出

n 序列的下标; q 系统的状态

或直接利用

```
[y, q]=dlsim(A,B,C,D,x,q0)
```

例1 写出系统 $y''(t) + 5y'(t) + 10y(t) = x(t)$ 的状态方程。

由 $[A,B,C,D]=\text{tf2ss}([1],[1\ 5\ 10])$

可得 $A = \begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $C = [0\ 1]$ $D = 0$

所以系统的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -10 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} x(t)$$

$$y(t) = [0\ 1] \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}$$

例2 已知某连续系统的状态方程和输出方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

其初始状态和输入分别为

$$\begin{bmatrix} q_1(0^-) \\ q_2(0^-) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(t) \\ e^{-3t}u(t) \end{bmatrix}$$

求该系统的系统函数矩阵 $\mathbf{H}(s)$ 和输出。

计算系统函数矩阵 $\mathbf{H}(s)$

$A=[2 \ 3; 0 \ -1]; B=[0 \ 1; 1 \ 0];$

$C=[1 \ 1; 0 \ -1]; D=[1 \ 0; 1 \ 0];$

$[\text{num1}, \text{den1}]=\text{ss2tf}(A, B, C, D, 1)$

$[\text{num2}, \text{den2}]=\text{ss2tf}(A, B, C, D, 2)$

运行结果

$\text{num1} = 1 \quad 0 \quad -1$

$\quad \quad 1 \quad -2 \quad 0$

$\text{den1} = 1 \quad -1 \quad -2$

$\text{num2} = 0 \quad 1 \quad 1$

$\quad \quad 0 \quad 0 \quad 0$

$\text{den2} = 1 \quad -1 \quad -2$

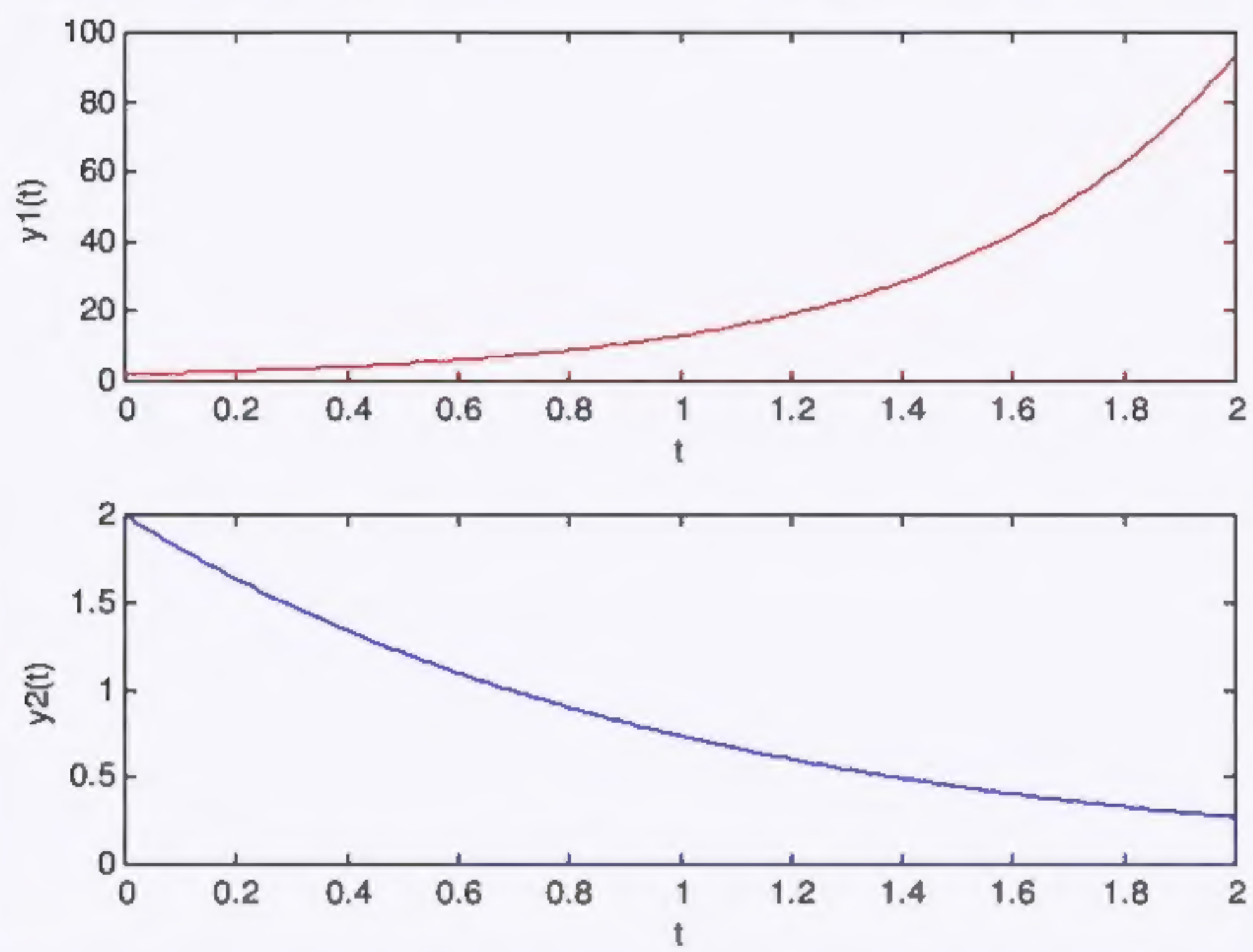
所以系统函数矩阵 $\mathbf{H}(s)$ 为

$$\mathbf{H}(s) = \frac{1}{s^2 - s - 2} \begin{bmatrix} s^2 - 1 & s + 1 \\ s^2 - 2s & 0 \end{bmatrix}$$

计算输出

```
%Program 9_1
A=[2 3;0 -1];B=[0 1; 1 0];
C=[1 1; 0 -1];D=[1 0; 1 0];
q0=[2 -1];
dt=0.01;t=0:dt:2;
x(:,1)=ones(length(t),1);
x(:,2)=exp(-3*t)';
sys=ss(A,B,C,D);
y=lsim(sys,x,t,q0);
subplot(2,1,1);plot(t,y(:,1),'r');
ylabel('y1(t)');xlabel('t');
subplot(2,1,2);plot(t,y(:,2));
ylabel('y2(t)');xlabel('t');
```

运行结果



例3 已知某离散系统的状态方程和输出方程为

$$\begin{bmatrix} q_1[k+1] \\ q_2[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1[k] \\ y_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1[k] \\ q_2[k] \end{bmatrix}$$

其初始状态和输入分别为

$$\begin{bmatrix} q_1[0] \\ q_2[0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad x[k] = u[k]$$

求该系统的输出。

计算输出

```
%Program 9_2
A=[0 1; -2 3];B=[0;1];
C=[1 1; 2 -1];D=zeros(2,1);
q0=[1; -1];
N=10;x=ones(1,N);
y=dlsim(A,B,C,D,x,q0);
subplot(2,1,1);y1=y(:,1)';
stem((0:N-1),y1);
xlabel('k');ylabel('y1');
subplot(2,1,2);y2=y(:,2)';
stem((0:N-1),y2);
xlabel('k');ylabel('y2');
```


运行结果

